## Johannes Hinkelammert

# Wie Kinder Rechnen lernen und dabei Spaß haben

Begleitbuch zur Förderbox Addition und Subtraktion



## Wie Kinder Rechnen lernen und dabei Spaß haben

Teil I: Addition und Subtraktion in der Schulanfangsphase

Autor: Johannes Hinkelammert
Co-Autorinnen:
Helia Eggert (Lückenfüller)
Pauline Krieg (Zahlenschlange)
Dieses Buch entstand unter Mitarbeit von:
Undine Günther
Homepage:
www.Rechenpate.de
Verlag: Eigenverlag Johannes Hinkelammert
4. Auflage März 2021

#### Vorwort zur ersten Auflage

Das hier vorgestellte Förderkonzept ist aus den Seminaren zum Thema Rechenschwäche (Rechenpate-Projekt) heraus entstanden, die ich an der Freien Universität Berlin im Rahmen der Lehrerausbildung erteilt habe. Dabei beruht das Förderkonzept maßgeblich auf meiner langjährigen Expertise als Lehrer und Lerntherapeut sowie den aktuellen mathematikdidaktischen Forschungen.

Diese zeigen, dass wenige mathematische Grundkonzepte notwendig sind, um eine mathematische Förderung in der Grundschule erfolgreich durchführen zu können. Dabei sind diese Grundkonzepte, auf die sich das in diesem Buch vorgestellte Förderkonzept konzentriert, so wesentlich, dass ohne sie kein mathematisches Verständnis aufgebaut werden kann.

Über diese Grundkonzepte hinaus ist jedoch die Fähigkeit der Abstraktion sowie die Ausbildung abstrakter Sprache bzw. der sog. Bildungssprache mindestens genauso wichtig. So belegen wissenschaftliche Forschungen immer wieder: Nicht das richtige Lösen von Aufgaben, sondern die Abstraktionsfähigkeit sowie der entsprechende sprachliche Ausdruck führen zum Schulerfolg.

In der Fokussierung auf vier Grundkonzepte und der Abstraktionsfähigkeit liegt die Besonderheit und Effizienz des Konzeptes begründet. So ist es gerade auch auf Kinder aus bildungsfernen Milieus ausgerichtet, für die der Umgang mit abstrakten Strukturen sowie die Nutzung der sog. Bildungssprache eher ungewohnt ist.

Leichte Verständlichkeit und Kompaktheit zeichnen dieses Förderkonzept aus, weshalb es sowohl für den professionellen Bereich, als auch für Eltern geeignet ist. Fachfremd unterrichtende Lehrerinnen sowie Förderlehrerinnen und Erzieherinnen in der Schule werden in diesem Buch wertvolle Hilfen für die mathematische Förderung im beruflichen Alltag finden.

Dabei ist das Konzept so offen gestaltet, dass es in allen Altersgruppen von der Frühförderung im Kindergarten über die Grund- und Oberschule bis hin zur Grundbildung Erwachsener eingesetzt werden kann.

Dieses Buch ist ganz bewusst auf die Fördertätigkeit ausgerichtet und daher sehr praxisnah gestaltet. Es setzt sich weder mit Theorien zur Rechenschwäche auseinander, noch befasst es sich mehr als unbedingt notwendig mit der Mathematikdidaktik.

Die im Buch vorgestellten Lernspiele sind als Brett- und Bewegungsspiele mit dem Förderkonzept eng verzahnt und wurden langjährig von mir sowie Studierenden des Lehramts an Schulen und in Privathaushalten erprobt. Hierbei erlauben die Lernspiele einen niederschwelligen, angstfreien Zugang zur Mathematik. Selbst Lernende, die eine große Ablehnung gegen das Fach Mathematik entwickelt haben, konnten so an die Fördertätigkeit herangeführt werden. Da den Lernspielen in diesem Konzept eine große Bedeutung zukommt widmen wir den Spielbeschreibungen einen entsprechend großen Teil des Buches.

Die durchgängige Nutzung der männlichen Personalform dient ausschließlich der besseren Lesbarkeit des Textes und stellt in keinem Fall eine Diskriminierung unserer weiblichen Leserinnen dar.

Berlin, Oktober 2014, Johannes Hinkelammert

#### Vorwort zur 3. Auflage

Oft entstehen schon sehr früh in der Lernbiographie von Kindern Barrieren zur Teilhabe am Geschehen im Klassenzimmer und an den gemeinsamen Lerntätigkeiten bei der Aneignung von Mathematik in der Lerngruppe. Das akkumulierte Gewicht von unbeabsichtigter, verdeckter und subtiler Ausgrenzung, Erfahrungen der Scham in vergleichenden öffentlichen Bewertungen und das Sich-abgehängt-Fühlen können leicht dazu führen, den Glauben an Erfolge im Mathematikunterricht völlig aufzugeben. Das zeigen auf unterschiedliche Weise unsere Erfahrungen als Forscherin und Lerntherapeut. Im Rechenpate-Programm geht es daher um viel mehr als nur um Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen.

Als Rechenpat/inn/en helfen Sie Kindern, ihre Erfahrungen mit grundlegenden arithmetischen Tätigkeiten zu erweitern, um ihnen darauf aufbauend die Teilhabe an den gemeinsamen Lerntätigkeiten zu ermöglichen, sie zur aktiven Beteiligung am Unterrichtsgeschehen zu ermuntern und so dem Gefühl der Entfremdung vorzubeugen. Im Rahmen der Einzelförderung im Spielkontext können Sie den Kindern ungeteilte Aufmerksamkeit und persönliche Zuwendung schenken, die Kinder auf ihre eigenen Erfolge aufmerksam machen und sie so das Vergnügen an ihrem eigenen Wissen und Können erfahren lassen. Für die Neuauflage der 'Förderbox' haben wir die Materialien und Spielregeln geprüft, ergänzt und erforderlichenfalls überarbeitet.

Auch wenn es in den Anleitungen um Regeln geht und das Programm eine klare Stufung der Spiele vorsieht, ist die Arbeit mit der 'Förderbox' keine unproblematische oder einfache 'Technik'. Fühlen Sie sich nicht der genauen Reproduktion eines vorgegebenen Ablaufs verpflichtet, sondern gehen Sie 'freihändig' mit dem Material um! Die konkreten Lernziele sind im Verlauf der Förderung immer wieder neu zu bestimmen. Auch können sich situationsspezifische Affekte, die man erst in der Retrospektive wahrnimmt, als handlungsleitend erweisen. Wir gehen davon aus, dass die Reflexion aller Aspekte Ihrer Tätigkeit als Rechenpat/inn/en für Ihre zukünftige Tätigkeit als Lehrer/innen gewinnbringend ist.

Wir hoffen, dass die Anleitungen in der neuen Ausgabe nun einfacher und übersichtlicher sind. Für Anregungen und Verbesserungsvorschläge sind wir immer dankbar.

Berlin, im April 2019, Eva Jablonka

Kinder, denen das Rechnenlernen schwer fällt, leiden in der Schule und später im Beruf. Dieses Leiden ist leicht vermeidbar. Dazu soll dieses Buch dienen.

V	orwort.	8
Ei	nführur	ng 10
1	Das	Konzept der Menge kennenlernen 12
	1.1	Zählendes Rechnen im Kindergarten und der Schuleingangsphase
	1.2	Vom zählenden Rechnen zum Rechnen mit Mengen
	1.3	Die Würfelstruktur kennenlernen – Zehn gewinnt und Lückenfüller 14
	1.4	Die Fünfer-Bündelung als Strukturierungsmerkmal nutzen – Zahlgefühl und
	Zahlen	wippe16
2	Rech	nnen mit dem Konzept der Menge 19
	2.1	Addition und Subtraktion mit dem Konzept der Menge – Würfelschranke 19
	2.2	Subtraktion als Differenz – Zauberzahl, Trimon und Plusminus-Bingo 21
	2.3	Zahlen zerlegen
3	Das	Konzept der Bündelung kennenlernen25
	3.1	Große Mengen darstellen mit dem Konzept der Bündelung
	3.2	Das Bündelungsprinzip kennenlernen — Zwanzig gewinnt
	3.3	Rechnen im Hunderterraum innerhalb eines Zehners und Rechnen mit Zehnern —
	Zahlen	hüpfer27
4	Die	dekadische Struktur des Zahlenraums – <i>Such die Zahl, Nummero, Ratten werfen</i> 28
5	Rech	nnen mit gebündelten Zahlen29
	5.1	Der Zehnerübergang – <i>Der Turm</i>
	5.2	Rechnen im Zahlenraum bis hundert und bis tausend mit Zehnerübergang – Kisten
		31
6	Das	Stellenwertsystem kennenlernen
	6.1	Das Stellenwertsystem kennenlernen und Rechnen mit dreistelligen Zahlen – 500
	gewinr	nt31
	6.2	Große Zahlen benennen – <i>Die größte Zahl</i>
7	Die	Fördersituation
	7.1	Transparenz
	7.2	Zeit
	7.3	Positive Atmosphäre
	7.4	Fragen und Antworten
	7.5	Reden und Schweigen35

	7.6	Die ersten Stunden	. 36
	7.7	Mathematik und Sprache	. 36
8	Dia	gnose	. 37
	8.1	Diagnose des Konzepts der Menge	. 38
	8.2	Diagnose des Konzepts der Bündelung	. 40
9	Spie	elanleitungen	. 42
1(	) L	iteratur	100

#### Vorwort

Dieses Buch ist allen gewidmet, die Kindern, Jugendlichen oder auch Erwachsenen den spielerischen Erwerb mathematischer Grundkonzepte ermöglichen wollen, insbesondere den studentischen Rechenpatinnen, die im Rahmen des "Rechenpate-Projekts" der Freien Universität Berlin bereits jahrelang erfolgreiche Förderungen durchführen.

Das vorgestellte Förderkonzept ist vor dem Hintergrund meiner mehr als zehnjährigen Praxis als Lerntherapeut für Dyskalkulie, Lehrer und Dozent an der Freien Universität Berlin entstanden: Ich habe die Spiele zum Rechnenlernen entwickelt, weil die Kinder, mit denen ich zu tun hatte, sehr wenig Lust hatten, sich mit der Mathematik zu beschäftigen. Durch die Spiele gelang es ihnen, die Mathematik für sich neu zu verankern bzw. sie im neuen Kontext des Spielerischen zu sehen. Dadurch wurde die Mathematik emotional neu besetzt und positiv interpretiert, sodass diese positive Einstellung anschließend wieder von den Spielen abgelöst und auf die Mathematik übertragen werden konnte.

Das zentrale Thema dieses Buches ist das Rechnen bzw. die Arithmetik der Grundschule. Deswegen werden Sie in diesem Buch keine Hinweise zu Themen wie der Geometrie, der Stochastik oder dem Rechnen mit Größen finden.

Es behandelt die Grundlagen der Arithmetik der Klassenstufen 1 bis 4. Schwerpunkte sind die Entwicklung des Zahlbegriffs, vom Zahlenraum bis Zehn hin zum Zahlenraum bis Tausend und darüber hinaus sowie die Grundrechenoperationen.

Mit dem hier vorgestellten Förderkonzept sollen rechenschwache Kinder unabhängig von der Klassenstufe in die Lage versetzt werden, kreativ und entdeckend am Mathematik-/Förderunterricht teilnehmen zu können.

Im Rahmen des an der Freien Universität Berlin entwickelten "Rechenpate-Projekts" konnte ich dieses Förderkonzept den Studierenden erfolgreich vermitteln. So sind viele der Studierenden und zukünftigen Lehrkräfte erst durch das Projekt in die Lage versetzt worden, das Phänomen des rechenschwachen Schülers zu verstehen und eine adäquate Förderung durchzuführen. Viele Kinder haben dank dieser Studierenden sowohl gelernt zu rechnen, als auch zu erkennen, dass Mathematik Spaß machen kann. Mein großer Dank gehört daher diesen vielen Studierenden und ihrem wunderbaren Engagement.

Das vorliegende Buch nimmt Bezug auf die von mir entwickelten Spiele zum Rechnenlernen. Mehr als zehn Jahre waren notwendig, um immer wieder zu prüfen, ob sich die Spiele in der Praxis bewähren konnten und in Übereinstimmung mit dem hier dargestellten Förderkonzept standen.

Das Förderkonzept und die Spiele sind daher sehr eng miteinander verzahnt. In meinen Seminaren, wie ich sie z.B. im Rahmen des Rechenpate-Projekts an der Freien Universität Berlin erteile, lernen Studierende sowohl das theoretische Konzept der Förderung als auch die erfolgreiche praktische Anwendung der Lernspiele kennen. Gerade in den vielen Spielphasen, die regelmäßig reflektiert werden, erkennen die Studierenden die zuvor erlernten theoretischen Grundlagen wieder. So entsteht eine enge Theorie-Praxis-Verknüpfung, die es den Teilnehmenden ermöglicht, das Erlernte unmittelbar nach der Ausbildung umzusetzen.

Informationen zum Rechenpate-Projekt der Freien Universität Berlin erhalten Sie unter "www.Rechenpate.de".

#### Einführung

Abstraktes Denken ist eine Schlüsselfähigkeit, um im Mathematikunterricht erfolgreich zu sein.

Das hier vorgestellte Konzept ordnet die Inhalte der Arithmetik der Grundschule (Klassenstufe 1 bis 4) drei wesentlichen Lernschritten zu:

- 1. Dem Konzept der Menge
- 2. Dem Konzept der Bündelung
- 3. Dem Konzept der Vervielfachung (dieses Konzept ist Inhalt der Förderbox *Multiplikation* und *Division*)

Die Reduzierung auf insgesamt nur drei schulmathematisch inhaltliche Lernschritte stellt die Besonderheit des vorgelegten Förderkonzepts dar. Dabei beinhalten die drei Lernschritte jeweils in sich einen für das mathematische Verständnis wesentlichen Abstraktionsvorgang.

Somit wird die für die mathematischen Inhalte notwendige Abstraktionsleistung in das Zentrum des Lernens gerückt. Gleichzeitig wird im Eins-zu-Eins-Setting der Förderung die familiäre Struktur des Lernprozesses nachgebildet, die etwa laut Forschungen von Hasan (2001) das Erlernen der abstrakten Sprache und des abstrakten Denkens erst ermöglicht.

Das Reflektieren und Versprachlichen mathematischer Vorgänge stellen in diesem Förderkonzept grundlegende Techniken der Förderung dar und dienen dazu, den Abstraktionsprozess zu fördern.

Vor diesem Hintergrund werden einige Fragen während der Förderung immer wieder bewusst gestellt: "Wie hast du das gemacht?", "Wie bist du darauf gekommen?", "Wie hast du das herausgefunden?", "Warum ist das so?".

Förderlehrerinnen geben sich also nicht mit den Ergebnissen zufrieden; diese spielen im Gegenteil sogar eine untergeordnete Rolle. Vielmehr steht der Prozess der Ergebnisfindung im Vordergrund und wird durch die oben genannten Fragen angestoßen und gewürdigt. So entsteht im Prozess die wesentliche Denkleistung: die Abstraktion.

Die hohe Effektivität des in diesem Buch vorgestellten Förderkonzepts wird erreicht, indem

- 1. Die Abstraktionsleistung konsequent in den Mittelpunkt der Förderung gestellt wird und
- 2. Die mathematischen Inhalte der Grundschularithmetik (Klassenstufe 1 bis 4) auf drei wesentliche Inhalte reduziert und als Vehikel für das Erlernen der Abstraktionsfähigkeit angesehen werden.

Dadurch wird die – neben dem Rechnen – wesentlich zu fördernde Fähigkeit, die Abstraktionsfähigkeit, in den Fokus gerückt.

Durch diese Vorgehensweise soll vor allem auch jene Schülergruppe erreicht werden, die im Schulsystem insbesondere im Mathematikunterricht, regelmäßig benachteiligt wird: die Kinder aus bildungsfernen Milieus. Forschungen haben sehr klar herausgestellt, dass gerade für diese Gruppe von Kindern das abstrakte Denken – und damit auch die abstrakte bzw. Bildungssprache – eine sehr große Hürde darstellt, um in der Schule im Allgemeinen sowie im Mathematikunterricht im Besonderen erfolgreich zu sein.

In den folgenden Kapiteln wird die Förderung mit Hilfe der Lernspiele und der Materialien aus der Förderbox dargestellt. Für jeden Lernschritt werden die entsprechenden Lernspiele und deren Einsatzmöglichkeiten beschrieben.

Die vorliegende Förderbox thematisiert das Konzept der Menge und das Konzept der Bündelung. Das Konzept des Vielfachen wird in der Förderbox *Multiplikation und Division* thematisiert.

Die hier vorgestellte Vorgehensweise soll jedoch in keinem Fall als Anleitung verstanden werden, denn uns bereiten Lernprogramme und Leitfäden Unbehagen, die – ohne Rücksicht auf Individualität und die jeweilige Situation – ein Schritt-für-Schritt-Verfahren zum vermeintlich sicheren Mathematiklernen anbieten.

So möchten wir auch dieses Konzept verstanden wissen: Gestalten Sie aus den hier präsentierten Lernspielen eine an das Kind angepasste, ganz individuelle Förderung auf der Basis der hier präsentierten Lernspiele. Entwickeln Sie ihre eigene Leidenschaft und Freude. Dazu sollen dieses Konzept und das Material der Förderbox dienen.

#### Teil I: Die Entwicklung des Zahlbegriffs und der Rechenoperationen oder Wie Kinder Rechnen lernen

#### 1 Das Konzept der Menge kennenlernen

#### 1.1 Zählendes Rechnen im Kindergarten und der Schuleingangsphase

Die erste Rechentechnik, die Kinder lernen, ist das Zählen. Grundlage dieser Rechentechnik ist ihre Vorstellung von Zahlen, die wie auf einer Perlenschnur aneinandergereiht sind. Mit dieser Vorstellung werden Addition und Subtraktion zwangsläufig zählend ausgeführt.

Ein beeindruckendes Beispiel hierfür ist das von Schipper in seinen Vorträgen oft demonstrierte Rechnen mit Buchstaben. Diese sind in der Vorstellung von Erwachsenen ebenfalls wie auf einer Perlenschnur aufgereiht. Daher rechnen fast alle Erwachsene mit Buchstaben ebenfalls zählend.

Das können Sie selbst ausprobieren, indem Sie diese einfache Aufgabe der zweiten Klassenstufe berechnen: J + O oder eine einfache Subtraktion durchführen: H – D. Juckt es Ihnen in den Fingern? Welche Aufgabenstellung erscheint Ihnen schwieriger? Im Allgemeinen wird die Subtraktion als schwieriger eingeschätzt, denn dabei müssen Sie rückwärts zählen.

Am Beispiel des Rechnens mit Buchstaben ist eindrucksvoll zu erkennen, dass das zählende Rechnen eine Folge der Vorstellung von den Zahlen ist. So lange Sie die Vorstellung von Zahlen oder Buchstaben auf einer Perlenschnur haben, müssen Sie zählend rechnen.

In einem Alter von 4 bis 6 Jahren ist das zählende Rechnen durchaus angemessen. Es funktioniert bei kleinen Zahlen und vor allem bei der Addition gut.

Daher sollte zählendes Rechnen weder verboten noch irgendwie negativ beurteilt werden. Das Gegenteil trifft zu. Die Zählkompetenz sollte gerade bei sehr jungen Kindern gefördert werden, denn Zählen ist wichtig, allerdings nicht das Thema dieses Buches.

Mit dem hier dargestellten Förderkonzept soll dem im Zählen verbliebenen Kind eine attraktive Alternative geboten werden. So wird das Kind im Verlauf der Förderung immer weniger zählen, bis es diese Fertigkeit nur noch in bestimmten Fällen nutzen wird (z.B. bei der Uhrzeit und bei den Wochentagen, bei denen selbst Erwachsene die Stunden bzw. Tage mit den Fingern vor oder zurückzählen).

#### 1.2 Vom zählenden Rechnen zum Rechnen mit Mengen

Das zählende Rechnen findet seine Grenzen sowohl in der Erweiterung des Zahlenraums als auch in der Effektivität der Ausführung von Rechenoperationen. Dies drückt sich einerseits in der Geschwindigkeit aus, mit der Rechenoperationen ausgeführt werden, und andererseits in

der Beanspruchung von Konzentration und Gedächtnis. Die Folge dessen ist, dass zählende Rechner langsamer rechnen, schneller ermüden und häufig einen Teil der Aufgabe während des Rechnens vergessen. Da zählendes Rechnen zudem wenig kreativ ist, geschieht es immer wieder, dass sich die Kinder während des Rechnens langweilen.

Vor diesem Hintergrund kann die Überwindung des zählenden Rechnens nur durch Aneignung einer neuen Vorstellung von den Zahlen stattfinden. Der Begriff der Vorstellung ist weit verbreitet, ohne jedoch eine eindeutige Definition im mathematischen Sinne zu besitzen. Aus meiner Sicht erscheint mir dieser Begriff ohnehin ungeeignet zu sein, denn die Kinder benötigen einen vollkommen neuen Zugang zu den Zahlen, d.h. sie haben die Zahlen und damit die Rechenoperationen neu zu denken. Deshalb verwende ich den Begriff Konzept. Dieses neu zu erlernende Konzept ist das Konzept der Menge, das in der mathematikdidaktischen Literatur auch als Teil-Ganzes-Konzept oder auch Teil-Teil-Ganzes-Konzept bekannt ist.

Der Erwerb des Konzepts der Menge kann bei entsprechender Förderung bereits ab dem 4. Lebensjahr in der Kita erfolgen. Spätestens in der ersten Klassenstufe sollten Kinder über dieses Konzept verfügen, da in der zweiten Klassenstufe die Erweiterung des Zahlenraums stattfindet, wodurch große Nachteile für zählende Rechner entstehen.

Um das Konzept der Menge zu entwickeln, benötigen Kinder ein Bild von einer Menge, das strukturiert und alltagsfern ist. Der fehlende Bezug zum Alltag ist insbesondere dann bedeutsam, wenn die Kinder aus eher bildungsfernen Milieus kommen. Diese Kinder haben häufig einen sehr engen Alltagsbezug und bleiben in diesem haften, sodass sie nur bedingt den mathematischen Gehalt der Aufgabe erkennen.

Zur Vermittlung des Konzepts der Menge ist es wichtig eine geeignete Veranschaulichung anzubieten, mit dessen Hilfe Kinder ein inneres Bild der Zahlen als Mengen aufbauen. Für die Kinder, die am zählenden Rechnen haften, ist es von Bedeutung, dass dieses Bild tatsächlich einen bildhaften Charakter hat. Deshalb halte ich die Anordnung einer Menge in einer Reihe für ungeeignet, da sie der Vorstellung einer Perlenschnur ähnelt und die Kinder zum Zählen verleitet.

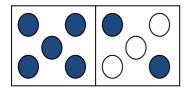
Da sich die Kinder vom Zählen ablösen sollen, verwende ich das Bild der Würfelstruktur. Gemeint ist dabei die Anordnung einer Menge wie auf dem Spielwürfel (abgesehen von der sechs). Ein Vorteil ist darin zu sehen, dass viele Kinder diese Struktur bereits kennen und damit auf ein vorhandenes Vorwissen zurückgegriffen werden kann. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass diese Struktur tatsächlich bildhaft ist und somit nicht zum Zählen verleitet.

Zwar hat diese Struktur auch einige Nachteile, die an geeigneter Stelle erläutert werden, für den wichtigen Schritt der Entwicklung des Konzepts der Menge erscheint mir die Würfelstruktur jedoch aufgrund meiner langjährigen Praxis als Lerntherapeut am besten geeignet.

#### 1.3 Die Würfelstruktur kennenlernen – Zehn gewinnt und Lückenfüller

Die strukturierte Darstellung von Zahlen ist für viele Kinder neu. Zumindest sollten wir davon ausgehen, dass sie neu ist. Daher ist eine der wichtigsten Aufgaben, dass wir das Kind mit dieser Struktur bekannt machen. Von den vielen möglichen Darstellungsformen nutzen wir die Würfel-Fünf, da diese am besten geeignet ist, das Kind vom zählenden Rechnen zum Rechnen mit Mengen zu führen.

Bei der von mir gewählten Darstellungsform werden die Punkte so dargestellt wie auf einem Würfel, allerdings nur bis zur Fünf. Für die Zahlen von sechs bis zehn wird das Muster verdoppelt zur Doppelfünf (siehe Bild weiter unten). Vielen Lehrkräften ist diese Darstellungsform bereits von der Bezeichnung Kraft der Fünf her bekannt. In der Mathematikdidaktik wird dies als Fünfer-Bündelung bezeichnet. Durch diese Strukturierung kann z.B. die Menge Sieben simultan in zwei Einheiten wahrgenommen werden: der Fünf als eine Bündelungseinheit und den beiden zusätzlichen Einern.



Dies ist bedeutsam, da der Mensch nicht mehr als sechs Einzelobjekte simultan wahrnehmen kann. Mit Hilfe der Fünfer-Bündelung können wir über die simultane Wahrnehmung das Konzept der Menge im Zahlenraum bis Zehn mit dem Kind entwickeln.

In dem Spiel Zehn gewinnt werden die Zahlen bis zehn in strukturierter Form dargestellt. Die Spielregeln ergeben sich aus der Beschreibung dieser Struktur. Bei diesem Spiel dürfen Kinder die Spielsteine zählend legen. Es geht hier vor allem um das Kennenlernen der Struktur, mit der in den darauffolgenden Spielen gespielt und gelernt wird. Wesentlich ist bei diesem Spiel also das Endprodukt eines Spielzuges und noch nicht der Weg dorthin, also z.B. das zählende Legen von Spielsteinen.

Bei den von mir entwickelten Spielen ist die Vorgehensweise so gewählt, dass eine Übertragung von der enaktiven (konkreten) Ebene auf die symbolische Ebene ermöglicht und gefördert wird. Es handelt sich dabei um das Protokollieren und die schriftliche Vorschau. Dieses

bei fast allen Spielen anwendbare Verfahren erfolgt in drei Schritten und soll an diesem Spiel exemplarisch aufgezeigt werden. Verweilen Sie mit dem Kind bei jedem Schritt so lange wie Sie es für angebracht halten. Das können sowohl eine einzige Spielrunde, als auch zehn Spielrunden und mehr sein.

**Erster Schritt**: Das Spiel wird ohne Schreiben gespielt.

Zweiter Schritt: Jeder Spielzug wird ausgeführt und im Anschluss schriftlich protokolliert.

<u>Dritter Schritt</u>: Vor der Ausführung eines Spielzuges wird eine Vorschau schriftlich erstellt und durch die Ausführung des Spielzuges überprüft (Selbstkontrolle).

**Beispiel**: Auf dem Spielfeld liegen zwei Steine, und es wird eine Eins gewürfelt.

Beim ersten Schritt wird ein Stein hinzugefügt, fertig.

Beim zweiten Schritt wird ein Stein hinzugefügt und anschließend notiert: 2+1=3.

<u>Beim dritten Schritt</u> wird der Spielzug im Geiste vollzogen und die Vorschau notiert 2+1=3, dann wird der Spielzug ausgeführt und überprüft, ob er mit der Vorschau übereinstimmt.

Dies stellt eine hohe Abstraktionsleistung dar, die Anerkennung durch uns als Spiel- und Lernpartnerin verdient. Ist das Kind in der Lage, den dritten Schritt auszuführen, hat es den wesentlichen Lernschritt, die Abstraktionsleistung, vollzogen und das Konzept der Menge und der Rechenoperationen mit diesem Konzept zu einem Teil verinnerlicht.

Den meisten Spielen liegt ein weiteres Lernspiel zur Übertragung des Gelernten von der enaktiven (konkreten) Ebene auf die ikonische (bildhafte) sowie die symbolische Ebene bei. Meistens handelt es sich um ein Domino. Aus meiner Sicht sind Eigenprodukte der Kinder, also selbst hergestellte Spielmaterialien grundsätzlich besser, da diese einen Nachweis über den Lernprozess beinhalten. Dass wir hier trotzdem ein fertig produziertes Spiel z.B. in Form eines Dominos beigelegt haben, lässt sich mit der Praxis der Förderung begründen: Es gibt manchmal einfach nicht genug Zeit und Muße, sodass die Kinder ein Eigenprodukt erstellen können, oder es erscheint aus Effektivitätsgründen nicht ratsam, bei einem Spiel ein eigenes Produkt zu kreieren.

Ein gut geeignetes Eigenprodukt, um das Domino zu ersetzen, ist ein Memory-Spiel. Dazu werden zwanzig Karten benötigt. Lassen Sie das Kind zehn Karten erstellen und übernehmen Sie die anderen zehn Karten. So könnte das Kind z.B. zehn Karten mit den Punktemustern von einem bis zehn Punkten herstellen und Sie die zehn Karten mit den Zahlen von der Eins bis zur Zehn übernehmen (das Schreiben von Ziffern stellt in der Regel für die Kinder keine besondere Herausforderung und damit auch keinen wesentlichen Lernprozess dar).

Die Karten mit den Punktemustern werden auf der Rückseite mit einem Kreuz und die Karten mit den Zahldarstellungen mit einem Kreis gekennzeichnet. Beide Kartensorten werden getrennt auf den Tisch gelegt. Die Spieler nehmen nun von jeder Sorte je eine Karte und bilden dann Paare, wenn die Zahl auf der einen Karte und die Anzahl der Punkte auf der anderen Karte übereinstimmen.

Mit dem Spiel *Hüpf die Zahl* sind Sie in der Lage den gleichen Lerneffekt mit einem Bewegungsspiel zu erreichen. Bei dieser Spielerweiterung üben Sie gleichzeitig auch noch die Fünfer-Bündelung, die im nächsten Kapitel zum Thema wird.

Das Spiel *Lückenfüller* fokussiert auf die Veranschaulichung der Zehner-Ergänzung. Dieses Spiel hat eine Teilnehmerin des Rechenpate-Projekts entwickelt (Helia Eggert). Ich habe mich dafür begeistert, weil es neben der Zehner-Ergänzung auch algebraische Früherfahrungen vermittelt. Dieses Spiel zeigt also, wie sog. Early Algebra bereits in der ersten Klasse möglich ist.

## 1.4 Die Fünfer-Bündelung als Strukturierungsmerkmal nutzen – Zahlgefühl und Zahlenwippe

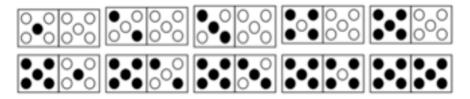
Die Fünfer-Bündelung ist ein besonderes strukturierendes Merkmal der gewählten Würfelmuster-Struktur und besonders förderlich zur Entwicklung eines Konzepts der Menge im Zahlenraum bis Zehn. Daher ist dieses Spiel eigens zur effektiven Nutzung der Fünfer-Bündelung entwickelt worden.

Das Spiel Zahlenwippe beginnt mit einer Wiederholung. Die Fühlekarten werden als Blitzkarten genutzt. Dem Kind werden die Karten kurz (jeweils ein bis zwei Sekunden) gezeigt. Es muss dann sagen, wie viele Punkte sich auf der Karte befinden. Die Zeit ist zum Zählen zu kurz, so dass die Anzahl nur ermittelt werden kann, wenn im Ansatz ein Konzept von der Menge, hier noch rudimentär als ein gemerktes Bild, vorhanden ist. Besonders wichtig ist es, dem Kind zu verdeutlichen, dass es sich vom Zählen ablöst. So wird es dem Kind ggf. möglich sein, einen ersten Erfolg zu spüren.

Als Nächstes werden bei den Blitzkarten die schwarzen <u>und</u> die weißen Punkte abgefragt. Die Zehnergänzung wird somit en passant mitgelernt. Sollte das nicht funktionieren, sollte nochmals *Zehn gewinnt* gespielt werden.

Die Technik des effektiven, blinden Erfühlens der Anzahl der Punkte auf den Fühlekarten führt uns zur Fünfer-Bündelung. Dazu wird zunächst eine Vorübung praktiziert.

Alle Fühlekarten werden in aufsteigender Reihenfolge in zwei gleich langen Reihen vom Kind aus gesehen wie folgt gelegt.



Dann wird auf die Karten mit den Mengen der Eins und der Sechs gezeigt und es werden folgende zwei Fragen gestellt:

- 1. Worin ähneln sich diese beiden Karten in Bezug auf die schwarzen Punkte?
- 2. Worin unterscheiden sich diese beiden Karten in Bezug auf die schwarzen Punkte? Hier erwarten wir vom Kind die Antwort, dass die Gemeinsamkeit in dem einzelnen Punkt auf der einen Hälfte jeder Karte zu sehen ist. Als Unterschied sollte vom Kind die fehlenden fünf schwarzen Punkte auf der oberen Karte benannt werden.

Nun wenden wir uns den nächsten beiden Karten zu (zwei und sieben) und stellen dieselben Fragen. Die Antworten sollten die gleichen sein, natürlich bezogen auf die Zwei. Es folgen die nächsten beiden Karten usw.

Nach den Karten mit der Drei und der Acht halten wir inne und fragen das Kind, was wir wohl als Nächstes fragen werden. Unser strukturiertes Vorgehen sollte vom Kind (hoffentlich) erkannt und die Struktur fortgesetzt werden, indem es die Fragen selbstständig formulieren und die Antworten dazu geben wird. Mit diesem Verfahren werden dann auch die Karten mit der Vier und der Neun sowie mit der Fünf und der Zehn verglichen.

Im Folgenden werden, während das Kind die Augen schließt, einzelne Karten (jedoch stets nur eine Karte) abgedeckt. Das Kind soll mit geöffneten Augen erraten, welche Karte abgedeckt wurde und erklären, was genau es gedacht hat um zu seiner Antwort zu gelangen. Dabei können folgende zwei Vorgehensweisen vom Kind als Begründung akzeptiert werden:

- 1. Die Ableitung der abgedeckten Karte durch die Karten rechts und links daneben.
- 2. Die Ableitung der abgedeckten Karte durch die Karten darunter bzw. darüber.

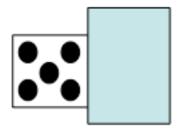
Hat das Kind die Struktur erfasst, werden die Karten nach und nach verdeckt und so liegen gelassen, bis alle Karten abgedeckt und sämtliche Fragen nach den nicht sichtbaren Karten beantwortet wurden.

Es liegen nunmehr zehn abgedeckte Karten auf dem Tisch, bei denen das Kind in der Lage sein sollte jede Karte zu benennen und seine Benennung zu begründen. Für den Fall, dass dem Kind dies gelungen sein sollte, hat es nun die Struktur erfasst und ist nicht mehr auf den konkreten Inhalt einer Karte angewiesen. Dem Kind ist es somit möglich, aus der Kenntnis der Struktur jede konkrete Darstellung einer Karte abzuleiten.

Die Erkenntnis, welche Macht sich aus der Kenntnis von Strukturen ableiten lässt, sollte mit dem Kind explizit erarbeitet werden, natürlich im konkreten mathematischen Kontext.

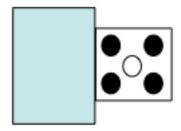
Die immer wiederkehrenden Fragen nach dem Lösungsweg und der Begründung der eigenen Vorgehensweise sind eine für alle Spiele durchgehende Methode, um die Abstraktionsfähigkeit, die Reflexionsfähigkeit sowie die Ausbildung der mathematischen Fachsprache zu fördern.

Zur Erweiterung der bisherigen Fähigkeiten nehmen wir uns nunmehr eine Fühlekarte, die auf beiden Hälften Punkte hat, z.B. die Acht. Das Kind sollte nicht sehen welche Karte wir besitzen. Wir decken die drei Punkte der einen Seite ab, sodass das Kind nur die fünf Punkte der einen Seite sehen kann



und fragen: "Welche Zahlen könnte diese Karte darstellen?" Als Antworten sind zu erwarten: fünf, sechs, sieben, acht, neun oder zehn. Entsprechend der von uns gewählten Vorgehensweise wird im Folgenden nach der Begründung gefragt.

In Abwandlung zum soeben beschriebenen Vorgehen nehmen wir nun eine weitere Karte mit Punkten auf beiden Seiten, z.B. die Neun. Diesmal wird jedoch die Hälfte mit den fünf Punkten abgedeckt, sodass nur die Seite mit den vier Punkten für das Kind sichtbar bleibt.



Das weitere Vorgehen ist mit dem eben beschriebenen Vorgehen identisch. Die erwartete Antwort ist in diesem Fall ausschließlich fünf; Die Karte wird wieder dem Kind gezeigt. Es wird wieder dieselbe Frage gestellt und nach der Antwort die Frage nach der Begründung gestellt. Zur Vertiefung der Erkenntnisse aus diesem Spiel sollte mit dem Kind darüber gesprochen werden, inwiefern diese beiden Beispiele helfen, effektiv die Karte unter dem Tuch zu erfühlen, wie es im Spiel Zahlgefühl erforderlich ist. "Wenn ich z.B. links fünf Punkte erfühle, welche

Karten können es dann sein?" oder "Wenn ich rechts vier Punkte erfühle, welche Karte muss es dann sein?" usw.

Die beiden vorgestellten Techniken zur Nutzung der Fünferbündelung zur Ermittlung der Gesamtmenge der Punkte sollten geübt werden. Dazu dient das Spiel *Zahlgefühl*.

Das Spiel *Zahlenwippe* ist ein sehr einfaches und sehr wirkungsvolles Spiel zur Verdeutlichung der Fünferbündelung.

#### 2 Rechnen mit dem Konzept der Menge

#### 2.1 Addition und Subtraktion mit dem Konzept der Menge – Würfelschranke

Addition und Subtraktion waren bereits das Thema bei Zehn gewinnt. Das Spiel Würfelschranke unterstreicht und verstärkt diesen Fokus noch mehr. Jedoch wird die starre Struktur, die bei dem Spiel Zehn gewinnt eingeführt wurde und dort als Stütze gedacht war, aufgelöst. Konkret geschieht dies, indem das Spielfeld keine festen Plätze für die Spielchips vorsieht.

Starre Strukturen dienen in einer bestimmten Phase als Stütze, erweisen sich jedoch in fortgeschrittenen Phasen als Einengung und müssen aufgelöst werden, um Erweiterung zu ermöglichen. Dies geschieht in diesem Spiel.

Sichtbar ist dies darin, dass auf dem Spielfeld keine vorgegebene Würfelstruktur erscheint, die Spielsteine aber trotzdem in der Würfelstruktur gelegt werden müssen. Das kann nur gelingen, wenn die Würfelstruktur verinnerlicht ist. Zudem sitzen sich bei diesem Spiel die Spielerinnen gegenüber. Daher sieht jeder beim anderen die Fünferbündelung auf der anderen Seite.

Sollte es Probleme bei der Ausrichtung der Drei oder der Zwei geben, muss vermittelt werden, dass die Ausrichtung keine Rolle spielt.

Hier wird das Bild der Zahlen, die größer als fünf sind, flexibilisiert, indem der "Fünfer" mal auf der rechten und mal auf der linken Seite auftaucht (Zur Erinnerung: bei Zehn gewinnt war der "Fünfer" immer links). Bei diesem Spiel ist es auch erlaubt, die Acht als Vier-und-Vier und die Sechs als Drei-und-Drei zu legen, wenn das Kind es will.

Wir sollten uns nur davon überzeugen, dass die Acht und die Sechs ebenfalls mit der Fünferbündelung bekannt sind. Der Grund dafür ist der, dass einigen Kindern die häufige Fünferbündelung zu langweilig ist und sie ihre Kreativität entfalten wollen. Das wollen wir auf keinen Fall blockieren, im Gegenteil.

Dieses Spiel vermittelt das Teil-Teil-Ganzes-Konzept (Rechnen mit Mengen) als Grundlage für die Addition und Subtraktion. Die Rechenoperationen werden auf dieser Grundlage leicht gelernt. Aus der Tatsache, dass die Acht aus drei und fünf besteht kann das Kind sowohl das Ergebnis der Addition 5+3=8 als auch der Subtraktion 8-3=5 ableiten. Grundlage für beide Rechenoperationen ist das Konzept der Menge. Zur Erinnerung: Mit dem Konzept der Perlenschnur hat sich das ganz anders dargestellt; Es sind nur verschiedene Blickwinkel auf dieselbe Sache. Diese Tatsache wird mit dem Domino weiter vertieft.

Auf dem Domino befinden sich Würfelbilder mit roten und blauen Punkten. Die Interpretationen dieser Abbildungen sind höchst abstrakt und fallen Kindern oft schwer. Daher muss darauf intensiv eingegangen werden.

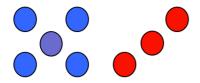
Die Abstraktionsleistung besteht in der Klassifizierung der Punkte und dem dazu notwendigen Einbezug bzw. der Nichtbeachtung der Farbe der Punkte. Auf jeder Abbildung auf den Dominokarten befindet sich eine Gesamtzahl an Punkten. Bei der Ermittlung der Gesamtzahl der Punkte wird die Farbe nicht beachtet. Dies ist hierarchisch die obere Ebene.

Die Gesamtzahl der Punkte teilt sich in rote und blaue Punkte. Hier ist die Beachtung der Farbe der Punkte notwendig, es handelt sich um eine hierarchisch untergeordnete Ebene.

Es gibt also zwei Kategorien: Die Gesamtzahl, bei die Farbe nicht beachtet wird und die die obere Hierarchieebene bildet, sowie die Anzahl der roten bzw. blauen Punkte, bei der die Farbe bedeutend ist und die die untere Hierarchieebene bildet. Ohne die Abstraktion von den Merkmalen und der Hierarchiebildung ist das Muster nicht als Darstellung von Addition und Subtraktion deutbar.

Natürlich können wir das dem Kind nicht so vermitteln, daher verfahren wir ganz konkret mit den Wendeplättchen wie folgt:

Wir legen die Dominokarte mit fünf blauen und drei roten Punkten (bitte die entsprechende Karte auswählen) auf den Tisch und eröffnen dem Kind, dass wir jetzt erklären werden, was diese bunten Punkte bedeuten. Auf der Domino-Karte ist folgendes Würfelmuster zu erkennen:



Es muss auch transparent gemacht werden, dass die auf der Karte befindliche Zahl in diesem Zusammenhang keine Bedeutung hat, nur das Punktemuster. Neben die Karte legen wir acht

Wendeplättchen mit der blauen Seite nach oben in der Würfelstruktur. Wir klären kurz, dass es sich um acht blaue Punkte handelt. Dann drehen wir drei Plättchen um, die rot werden (auf dem Tisch liegt das im Bild dargestellte Würfelmuster) und sagen: "Diese drei roten Plättchen werde ich gleich wegnehmen. Damit das erkennbar wird habe ich sie rot gemacht.". Jetzt stellen wir folgende drei Fragen:

- 1. Wie viele Plättchen liegen insgesamt?
- 2. Wie viele Plättchen werde ich wegnehmen?
- 3. Wie viele Plättchen werden übrig bleiben?

Die drei Zahlen, die als Antwort auf die drei Fragen genannt werden, sind die Zahlen, die an das zweifarbige Würfelmuster auf der Dominokarte angelegt werden dürfen. Genaueres zu den Spielregeln erfahren Sie aus der Spielanleitung zum Spiel "Würfelschranke".

# 2.2 Subtraktion als Differenz – *Zauberzahl*, *Trimon* und *Plusminus-Bingo* In einer bekannten Untersuchung von Hasemann (2003) stellte er Kindern folgende zwei Fragen:

- 1. Fünf Spatzen finden drei Würmer. Wie viele Spatzen gehen leer aus?
- 2. Fünf Spatzen finden drei Würmer. Wie viele Spatzen gibt es mehr als Würmer?

Die erste Frage wurde von 90% der Kinder richtig beantwortet, die zweite Frage nur von 20% der Kinder. Dies beeindruckt, weil die Aufgaben in ihrer symbolischen Notation identisch sind: 5-3=2. Die symbolische Notation wird offenbar nur mit einer ganz bestimmten Sichtweise der Handlung verbunden.

Die erste Frage bezieht sich auf die Vorstellung von der sukzessiven Subtraktion, also Subtraktion als Wegnehmen. Diese Vorstellung ist bei Kindern relativ gut vorhanden, vermutlich aufgrund von Alltagserfahrungen, die dieser Handlung entsprechen.

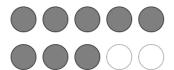
Die zweite Frage bezieht sich auf den Vergleich zweier Mengen und der Ermittlung der Differenz. Hier scheinen die Kinder auf keine Alltagserfahrungen zugreifen zu können. In der Schule wurde Ihnen offenbar keine Vorstellung von der Subtraktion als Differenz vermittelt, so dass hier eine leere Stelle in der Vorstellungswelt der Kinder ist.

Zum Aufbau einer Vorstellung von der Subtraktion als Differenz bzw. dem Mengenvergleich ist das Spiel *Zauberzahl* gedacht. Da für die Veranschaulichung der Differenz das Würfelmuster schlecht geeignet ist, wurde hier die Veranschaulichung durch eine Reihe vorgenommen. Alle Erfahrung zeigt, dass dieser Vorteil durch den bereits oben beschriebenen Nachteil erkauft wird, dass die Kinder die Anzahl zählend ermitteln. Die in einer Reihe liegenden Spielfiguren

verleiten, wie bereits bei *Zehn gewinnt* erläutert, zum Zählen. Trotzdem wurde diese Anordnung gewählt, da die Visualisierung der Differenz durch diese Anordnung gut gelingt.

Das Spiel Zauberzahl führt zur Darstellung verschiedener Mengen und fordert auf die Mengen zu vergleichen. Im Anschluss an jeden Spielzug wird die Differenz ermittelt und in Form eines Spielprotokolls notiert.

Folgende Spielsituation soll hier exemplarisch gezeigt werden. Auf der einen Reihe des Spielfeldes *Zauberzahl* liegen fünf Wendeplättchen und auf der anderen nur drei. Dieses Beispiel wurde so gewählt, dass der dargestellte Mengenvergleich als eine mögliche Veranschaulichung zur Lösung der weiter oben genannten Frage von Hasemann (2003) dienen kann.



Wenn Kinder in der Lage sind die oben dargestellte Frage in ein solches Bild zu übersetzen, haben Sie einen mathematischen Zugang zur Beantwortung gefunden. Sie müssen die fünf Spatzen in der Vorstellung als fünf Punkte sehen (obere Reihe) und die drei Würmer als drei Punkte (unten). Mit diesem Bild kann ein quantitativer Vergleich durchgeführt werden und die Differenz sehr einfach als zwei (siehe gestrichelte Kreise in der Abbildung) ermittelt werden. Was jetzt noch fehlt ist die mathematische Notation mit Zahlen und Rechenzeichen:

$$5 - 3 = 2$$

Die Veranschaulichung der Differenz mit zwei Punktereihen ist gut geeignet, jedoch in mathematischen Lehrbüchern nur selten vorzufinden. Sehr viel häufiger findet sich eine sehr viel kompaktere und damit auch abstraktere Veranschaulichung:



Die Unterscheidung der Mengen fünf und drei erfolgt nicht mehr anhand ihrer Lage, sondern durch farbliche Kennzeichnung. Die Fünf wird in der Menge aller Punkte, ungeachtet ihrer Farbe, erkannt, die Drei in der Menge der blauen Punkte und die Differenz, in diesem Fall die Zwei, wird in der Menge der roten Punkte erkannt. Die mathematische Notation ist hier natürlich die gleiche wie oben:

$$5 - 3 = 2$$

Allerdings ist in der zweiten, farbigen Darstellung auch eine andere mathematische Interpretation möglich:

5 - 2 = 3

In diesem Fall wird die zweite Zahl in der Menge der roten Punkte gesehen und die Differenz in der Menge der blauen Punkte. Wird das Spiel *Zauberzahl* mit Wendeplättchen und nur einer Reihe gespielt, so wird diese Darstellung der Differenz gelernt.

Das Erkennen der drei Zahlen, im Beispiel fünf, drei und zwei, in der farbigen Anordnung von Punkten ist Gegenstand des Spiels *Trimon*.

Das Spiel *Plusminus-Bingo* wendet sich einer Anwendung der in diesem Kapitel erworbenen Konzepte bzw. Vorstellungen bei sog. Lückenaufgaben zu. Diese erweisen sich oftmals als sehr schwierig für Kinder.

Hier soll dargestellt werden, welche Vorstellungen – die bereits mit den oben dargestellten Spielen ausgebildet wurden – bei der Lösung der Aufgaben hilfreich sein können.

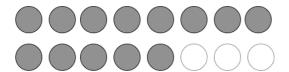
Zur Lösung dieser Aufgabe kann die im Spiel Würfelschranke gelernte Veranschaulichung durch eine Handlung, nämlich dem Entfernen, gewählt werden. In der Vorstellung werden von einer Menge von acht Punkten drei Punkte entfernt.

Die Vorstellung des Entfernens ist hier wenig hilfreich, da nicht angegeben ist welche Menge entfernt werden soll. Da die mit dem Spiel Würfelschranke vermittelten Veranschaulichungen der Rechenoperationen zur Lösung dieser Aufgabe nicht zielführend sind, wird die im Spiel Zauberzahl gelernte Veranschaulichung gewählt. In der Darstellung in einer Reihe mit zwei Farben könnte das so aussehen:



Insgesamt sind es – ohne Berücksichtigung der Farbe – acht Punkte, davon sind drei rot. Die Frage nach der Anzahl der blauen Punkte beantwortet die Frage nach der Zahl in der Leerstelle (dem Kästchen) der Aufgabe.

Sollen die Punkte in zwei Reihen veranschaulicht werden, so könnte die Vorstellung so aussehen:



Beide Bilder bzw. Veranschaulichungen sind geeignet um die Lösung bzw. die Zahl in der Leerstelle zu ermitteln.

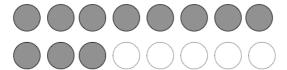
□ - 3 = 5

Auch bei dieser Aufgabe eignet sich eine Veranschaulichung durch die Handlung des Entfernens nicht, denn es nicht klar von welcher Menge entfernt werden soll. Geeignet ist auch hier die Veranschaulichung mit farbigen Punkten:



Die Fragestellung ist jedoch ein wenig anders als oben: Wie viele es insgesamt sind, weiß ich nicht, aber ich weiß, dass drei Punkte rot sind und fünf sind blau (es können natürlich auch drei Punkte blau sein und fünf rot). Wenn sich Kinder dieses Bild abrufen können, können sie auch anhand dessen die Summe von blauen und roten Punkten bilden und so das Ergebnis ermitteln.

Bei der Veranschaulichung mit zwei Punktereihen könnte folgendes Bild hilfreich sein:

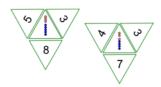


Wenn in der unteren Reihe drei Wendeplättchen liegen (grau dargestellt) und die Differenz fünf beträgt (mit gestrichelter Linie dargestellt), dann müssen in der oberen Reihe acht Wendeplättchen liegen und das muss die gesuchte Zahl sein.

Das Spiel *Trimon* übt das Erkennen von Mengen in der zweifarbigen Darstellung einer Punktereihe. Die folgende Punktereihe enthält drei unterscheidbare Mengen:



Um eine Menge zu erkennen, werden die roten Punkte fokussiert und die blauen ausgeblendet. Die Menge drei wird dann erkannt. Für die zweite Menge werden die blauen fokussiert und die roten Punkte ausgeblendet. Die Menge fünf wird erkannt. Um die dritte Menge zu erkennen – die Gesamtmenge – muss die Farbe ausgeblendet werden. In kindlicher Sprache würde man sagen, die Punkte bekommen, im Geiste, die gleiche Farbe, z.B. werden sie alle grau. Dann ist leicht zu erkennen, dass die dritte Menge die Acht ist. Diese drei Zahlen werden im Rahmen des Spiels *Trimon* um die zweifarbige Punktereihe begründet angeordnet. Hier ein Beispiel für eine zweifarbige Punktereihe und die Anordnung der drei Zahlen, wie sie im Spiel *Trimon* vorgenommen wird:



Im Spiel *Plusminus-Bingo* werden mit Hilfe eines Würfels Aufgaben mit einer Leerstelle, oftmals als Kästchenaufgaben bezeichnet, erzeugt. Bei der Lösung können Kinder auf die Veranschaulichungen der Spiele *Würfelschranke*, *Zauberzahl* und *Trimon* zurückgreifen.

#### 2.3 Zahlen zerlegen

Dieses Spiel basiert auf der Spielidee von *Shut the Box*. Im Gegensatz zu dem genannten Spiel wurde bei *Räum ab!* konsequent das dekadische System berücksichtigt, indem ein Zehnerwürfel (statt zwei Sechserwürfel) verwendet wird und die Zahlen von eins bis neun auf dem Spielfeld erscheinen und zerlegt werden (im Gegensatz zu den Zahlen eins bis zwölf).

#### 3 Das Konzept der Bündelung kennenlernen

#### 3.1 Große Mengen darstellen mit dem Konzept der Bündelung

Das Mengenkonzept gerät an seine Grenzen, wenn der Zahlenraum wächst. Die Vorstellung großer Zahlen und das Rechnen mit ihnen sind ohne Bündelung schwer bis unmöglich. Daher hat sich in allen Kulturen das Bündelungsprinzip zur Darstellung großer Zahlen durchgesetzt. Die Abstraktionsleistung, die in Zusammenhang mit dem Konzept der Bündelung erbracht werden muss, besteht darin, dass eine Menge mit einer bestimmten Mächtigkeit zu einer Einheit reduziert wird. Diese Einheit ist zugleich eins und z.B. zehn (beim dekadischen System). Der Unterschied besteht lediglich darin, wie wir unsere Gedanken in Bezug auf dieses gedankliche Objekt mal so und mal anders ausrichten. Diese gedankliche Leistung wird unterstützt durch die reale Bündelung von geeignetem Material. Im Rahmen des Spiels werden zehn Stapelchips zu einem Turm gestapelt. Aus zehn wird eins, oder noch abstrakter ausgedrückt: Zehn ist eins und eins ist zehn. Hierfür ist das Spiel *Zwanzig gewinnt* vorgesehen. Das Spielfeld ist identisch mit dem von *Zehn gewinnt* und *Lückenfüller*.

Zum Rechnen im Zahlenraum bis hundert ohne Zehnerübergang sind die Spiele *Zahlenhüpfer* und *Ratten werfen* gedacht. Insbesondere bei dem Spiel *Zahlenhüpfer* lernen Kinder, dass sie Aufgaben wie 85 + 3 und 50 + 30 konzeptionell ähnlich rechnen wie 5 + 3 (sog. Übertragungsleistung). Kinder sind oft überrascht, wie einfach die Berechnungen von Aufgaben ohne Zehnerübergang mit Hilfe der hier dargestellten Veranschaulichung gelingt.

Das Rechen mit gebündelten Zahlen über ganze Zehner hinaus wird als Zehnerübergang bezeichnet. Die Verfahrensweise zum Rechnen von Aufgaben mit Zehnerübergang wird im Spiel

*Der Turm* im Zahlenraum bis zwanzig thematisiert. Das Spiel *Kisten* überträgt das hier erworbene Wissen und thematisiert Addition und Subtraktion mit Zehnerübergang im Zahlenraum bis hundert.

Eine Möglichkeit, die Struktur des dekadisch geordneten Zahlenraums zu erkennen, bietet das Hunderterfeld. An diesem Beispiel bietet sich Kindern die Gelegenheit, eine abstrakte mathematische Struktur kennenzulernen und über diese zu reflektieren. Daher widmen sich vier Spiele dem Hunderterfeld: *Such die Zahl, Zahlen klatschen, Zahlenpuzzle* und *Nummero*. Speziell für das Spiel *Such die Zahl* wurde ein Hunderterfeld entwickelt, das die Entdeckung der dekadischen Struktur erleichtert.

Von der Bündelung führt die Vorstellung großer Zahlen zur Meta-Bündelung (Bündelung der Bündelung). Dies ist lediglich die konsequente Fortführung des Bündelungsprinzips als strukturierendes Merkmal für den großen Zahlenraum.

In vielen Veröffentlichungen wird das Stellenwertsystem und nicht die Bündelung als sogenannte Grundkompetenz genannt. Ich bin nicht dieser Meinung. Das Stellenwertsystem ist lediglich eine Nomenklatur, also eine Übereinkunft zur Notation von Zahlen, aber es stellt kein Grundkonzept dar.

Es gibt Zahlensysteme, die ohne Stellenwert auskommen, wie z.B. die römischen Zahlen. Dies zeigt, dass das Stellenwertsystem nicht unbedingt notwendig ist. Ein Zahlensystem ohne Bündelung ist aber nicht denkbar. Womit zwar nichts bewiesen ist, sich aber der Verdacht erhärtet, dass das Bündelungsprinzip von übergeordneter Bedeutung ist und daher in diesem Buch als Grundkonzept angesehen wird. Trotzdem ist das Stellenwertsystem als Übereinkunft zur Notation von Zahlen von Bedeutung und wird in diesem Buch als solches behandelt. Ein Spiel zur Einführung ist 500 gewinnt. Ein Übungsspiel zum Stellenwertsystem ist Die größte Zahl.

#### 3.2 Das Bündelungsprinzip kennenlernen – Zwanzig gewinnt

Wie auch beim Konzept der Menge das erste Spiel dazu diente, den Erstkontakt zu diesem Konzept herzustellen, wird dies hier mit dem Spiel *Zwanzig gewinnt* getan.

Bei diesem Spiel werden beim Zehnerübergang die zehn Stapelchips zu einem Bündel zusammengefasst bzw. bei der Subtraktion wird das Zehnerbündel entbündelt.

Dies wird handelnd vorgenommen, d.h. das Kind stapelt die Spielsteine selbst zu einem Stapel bzw. zerlegt den Stapel selber in zehn einzelne Spielsteine. Dieses Spiel beinhaltet daher keine fertigen Zehnerbündel sondern stapelbare Spielsteine.

Das Bündel wird immer links vom Spielfeld positioniert (das Spielfeld ist identisch mit *Zehn gewinnt*), so wie bei der Notation die Ziffer, die den Zehner bezeichnet, ebenfalls links steht. Die Tatsache, dass gleiche Ziffern unterschiedliches bedeuten, je nachdem auf welcher Position sie stehen, sollte unbedingt in einem Gespräch thematisiert und dem Kind bewusst gemacht werden.

## 3.3 Rechnen im Hunderterraum innerhalb eines Zehners und Rechnen mit Zehnern – Zahlenhüpfer

Das Spiel Zahlenhüpfer ähnelt sehr stark dem Spiel Würfelschranke. Dies liegt in der Tatsache begründet, dass das Rechnen im Zehner, innerhalb des Hunderterraums, dem Rechnen im Zahlenraum bis zehn sehr ähnelt. Diese Ähnlichkeit zu entdecken ist für das Kind das Ziel dieses Spiels.

Zu Beginn des Spiels wird der Zehner bestimmt, innerhalb dessen die Spieler rechnen werden. Bei jeder Spielrunde wird ein anderer Zehnerraum gewählt.

Beim Spielen wird nach und nach die dekadische Struktur des Zahlenraums bis hundert erkennbar. Die Kinder lernen vom konkreten Zehnerraum zu abstrahieren und unabhängig von diesem, wie im Zahlenraum bis zehn, zu rechnen. Letztlich soll es ihnen egal sein, ob sie 75+3 oder 35+3 rechnen. Sie sollen die Grundaufgabe 5+3 in diesen Aufgaben erkennen und als solche lösen. Der neue Aufgabentyp wird in die vorhandene Struktur des Zahlenraums bis zehn eingebettet und mit Hilfe dieser Struktur gelöst.

Beim Spiel mit Zehnerstangen werden nur Zehnerstangen hinzugefügt und entfernt. Dabei sollen die Kinder, ganz ähnlich wie oben, von der konkreten Aufgabe 50+30 auf die entsprechende Aufgabe im Zahlenraum bis zehn (also 5+3) abstrahieren und die dort gebildete Struktur als Lösungshilfe nutzen. Besonders bei dem Spiel *Zahlenhüpfer* wird die Bedeutung der Abstraktion offensichtlich.

Rein mathematisch fügt dieses Spiel kein neues Wissen hinzu. Lediglich die Erkenntnis der dekadischen Struktur führt zur Fähigkeit, die Rechenoperationen effektiv auszuführen. Die Erkenntnis der Struktur als eine Abstraktionsleistung wird die Kinder dazu führen, Aufgaben im höheren Zahlenraum, wie z.B. 5000 + 3000, mit Leichtigkeit auszuführen.

Das im Spiel enthaltene Kartenspiel überträgt diese Erkenntnis auf die symbolische Ebene. Das Kartenspiel sollte nach und nach durch eigene Dreiersets des Kindes ersetzt werden, d.h. wenn die Struktur vom Kind erkannt wurde, soll es eigene Beispiele dieser Struktur produzieren. Damit ist ein Reflexionsvorgang angebahnt, der dem Kind die eigene Erkenntnis der Struktur

vor Augen führt. Die üblichen Fragen: "Wie hast du das gemacht?", oder: "Wie kommst du darauf?", vertiefen den Reflexionsvorgang.

Das Spiel *Ratten werfen* veranschaulicht nicht nur die Addition und Subtraktion im Hunderterraum sondern auch die Hunderterergänzung. Dieses Spiel kann auch rückwärts gespielt werden und thematisiert dadurch die Subtraktion mit Zehnerübergang im Hunderterraum.

Das Spiel Ratten werfen 1000 enthält eine Erweiterung in den Zahlenraum bis tausend.

## 4 Die dekadische Struktur des Zahlenraums – Such die Zahl, Nummero, Ratten werfen

Das Spiel *Such die Zahl* bedarf einer Einführung, die 30 bis 45 min dauert und dem Kind die Grundstruktur des Hunderterfeldes veranschaulicht. Die Vorgehensweise ähnelt der bei der Einführung des Spiels *Zahlenwippe*.

Das Kind wird aufgefordert die Zahlen von eins bis zehn mit Dienes-Material in einer Reihe zu legen. Danach soll es die Zahlen von elf bis zwanzig usw. in einer Reihe darunterlegen:



Alternativ kann auch das Hunderterfeld bis auf die oberste Reihe abgedeckt werden. Dann wird auch die zweite Reihe sichtbar gemacht. Die Vorgehensweise ist identisch.

Jetzt lenken wir die Aufmerksamkeit des Kindes auf die Zahlen eins und elf und stellen zwei Fragen, die dem Kind schon aus dem Spiel *Zahlenwippe* vertraut sind:

- 1. Worin ähneln sich diese beiden Darstellungen; Was haben sie gemeinsam?
- 2. Worin unterscheiden sich diese beiden Mengen?

Dann lenken wir die Aufmerksamkeit auf die zwei und die zwölf und fragen nochmals, bis die Struktur verstanden ist. Dann decken wir eine Zahl mit einem Zettel ab und fragen nach der abgedeckten Zahl. Auch hier fragen wir nach den beiden (mind. zwei) Möglichkeiten, die verdeckte Zahl zu ermitteln. Der Zettel wird auf immer wieder andere Zahlen gelegt.

Dann wird der Zettel auf die fiktive dritte Reihe (fiktiv deshalb, weil sie ja noch abgedeckt ist) unter die Elf gelegt und nach der Zahl gefragt, die sich dort befinden könnte. Der Zettel wird dann in die dritte Reihe verschoben und weiter gefragt. Dann wird der Zettel in die fiktive vierte Reihe gelegt und verschoben. Vielleicht wird noch in der fünften Reihe nachgefragt, doch die Struktur dürfte dem Kind langsam geläufig sein. Natürlich wird der Vorgang durch unsere Fragen begleitet und ständig reflektiert.

Im Spiel *Zahlenwippe* haben wir eine abstrakte Struktur geschaffen, auf die das Kind bei oben genannter Einführung in das Hunderterfeld zurückgreifen kann. Hier zeigt sich die Effizienz abstrakter Strukturen in ihrer Übertragbarkeit auf verschiedene konkrete Kontexte.

Nach dieser Einführung kann das Spiel *Such die Zahl* gespielt werden. Dieses Spiel löst die konkrete Darstellung des Hunderterfeldes nach und nach auf und ersetzt sie durch die Vorstellung des Kindes. In der dritten Stufe wird z.B. mit einem leeren Hunderterfeld gespielt. Und als letzte Stufe wird kein Feld mehr benötigt. Das Hunderterfeld ist als Struktur der Beziehungen der Zahlen zueinander abstrahiert und wird in der konkreten Form nicht mehr benötigt.

Das Spiel *Nummero* ist sehr beliebt und vermittelt differenzierte Kenntnisse zum Hunderterfeld aufbauend auf dem gleichnamigen Spiel.

Das Spiel *Ratten werfen* bezieht seine Attraktivität zum großen Teil von den verwendeten Plüschtieren. Diese haben eine sehr motivierende Wirkung auf Kinder. Bei diesem Spiel wird Dienes-Material auf ein Hunderterfeld gelegt, sodass nicht nur die Zahldarstellung visualisiert wird, sondern auch der Hunderterrest. Z.B. lernen Kinder, dass die Siebenundachtzig sehr nahe an der Hundert liegt und nur noch dreizehn fehlen, um die Hundert zu erreichen. Sie erkennen, dass das bei der Siebenundzwanzig schon ganz anders aussieht. Das Spiel kann aufsteigend, beginnend bei der Null, oder absteigend beginnend bei der Hundert gespielt werden. Selbstverständlich werden die Spielzüge schriftlich notiert.

Mit der Spielerweiterung des Spiels *Ratten werfen 1000* wird die Addition und die Subtraktion im Zahlenraum bis tausend geübt. Dieses Spiel übt zudem noch die Vorstellung von der Tausenderergänzung.

#### 5 Rechnen mit gebündelten Zahlen

#### 5.1 Der Zehnerübergang – Der Turm

Für den Zehnerübergang wird hier das in den Ausführungsvorschriften (AV) zu Rechenstörungen des Landes Berlin Brandenburg empfohlene Verfahren des schrittweisen Rechnens eingeführt. Es ist für alle Aufgaben geeignet und auf den höheren Zahlenraum übertragbar. Die Vorteile des schrittweisen Rechnens kommen ganz besonders bei der Subtraktion im Zahlenraum bis hundert zum Tragen (Vgl. Benz 2007).

In diesem Zusammenhang möchte ich kurz zum sog. vorteilhaften Rechnen Stellung beziehen. Da das schrittweise Rechnen den Kindern ermöglicht, alle Aufgaben mit Zehnerübergang mit nur einem Verfahren mühelos zu lösen, erschließt sich mir nicht, worin der Vorteil des sog.

vorteilhaften Rechnens bestehen soll. Vielmehr handelt es sich in meinen Augen um alternative Verfahren, die ein hohes kreatives Potential enthalten und die Phantasie des Kindes anregen. Daher empfehle ich im Anschluss an die Erarbeitung des schrittweisen Rechnens, wenn die Kinder die Sicherheit gewonnen haben, jede Aufgabe mit Zehnerübergang mühelos lösen zu können, auch diese alternativen Verfahren zu analysieren. Dabei wird es vor allem darum gehen zu ergründen, warum sie funktionieren, also welche (abstrakte) Struktur ihnen zugrunde liegt.

Das Spiel *Der Turm* thematisiert nur die Addition im Zehnerübergang, da die Subtraktion ausnahmsweise einfacher ist. Die Subtraktion gelingt im Anschluss an die Addition relativ mühelos und wird mit Aufgaben erarbeitet.

Für das schrittweise Rechnen sind folgende drei Schritte notwendig, die auch im Spiel intensiv geübt werden und hier am Beispiel 7+8 erläutert werden:

1. Ermittlung der Zehnerergänzung:

Die Zehnergänzung wurde im Spiel Zehn gewinnt und Zahlenwippe intensiv geübt, z.B. ist die Zehnerergänzung von sieben drei.

2. Auffüllen des Zehners und Ermittlung des Restbetrags:

Die Teilung der Zahlen wurde im Spiel Würfelschranke, Zauberzahl und Räum ab! intensiv geübt, z.B.: Wenn ich von acht drei entferne, bleiben fünf übrig.

3. Hinzufügen des Restbetrags zum Zehner und Ermittlung des Ergebnisses, z.B.: 10+5=15 Alle drei Schritte sind bereits gelernt und geübt worden und sollten jeder für sich kein Problem mehr darstellen. Im schrittweisen Rechnen werden sie lediglich zusammengefügt und mit der Bezeichnung Zehnerübergang versehen.

Mathematisch geschieht also beim Zehnerübergang nichts Neues, lediglich auf der abstrakten Ebene müssen drei bereits bekannte Rechenschritte zu einem Vorgang vereint bzw. gebündelt werden. Hier geschieht eine Bündelung offenbar auf einer Metaebene: Nicht nur Zahlen können gebündelt werden, sondern auch Rechenschritte.

Das Spiel *Der Turm* fokussiert die ersten beiden Schritte auf der enaktiven Ebene. Das Domino fügt den dritten Schritt auf der symbolischen Ebene hinzu. Aufgabenkarten (als Download unter www.die-rechenpaten.de) sind zum Üben vorhanden.

Sollte den Kindern entweder der erste Schritt (Zehnergänzung) oder der zweite Schritt (Zerlegen der Zahlen) noch schwerfallen, so können die entsprechenden Spiele zur Wiederholung nochmals gespielt werden (Zehn gewinnt, Zahlenwippe, Würfelschranke, Räum ab!).

Folgende Rechnung soll die Notwendigkeit der Kenntnis der Zehnerergänzung und der Zahlzerlegung darstellen:

Aufgabe: 
$$7 + 8 =$$
 Die 3 ist die Zehnerergänzung der 7

Lösungsschritte:  $7 + 3 = 10$ 
 $10 + 5 = 15$ 

Zahlzerlegung: Werden von der 8 Drei entfernt (um die 10 zu ergänzen), so bleiben 5

### 5.2 Rechnen im Zahlenraum bis hundert und bis tausend mit Zehnerübergang – Kisten

Im Spiel *Kisten* werden sowohl auf der enaktiven als auch auf der symbolischen Ebene Rechnungen mit Zehnerübergang im Zahlenraum bis hundert ausgeführt.

Das Spiel *Kisten* kann nicht nur im Hunderterraum von null bis hundert, sondern auch im Hunderterraum von hundert bis zweihundert oder von zweihundert bis dreihundert usw. gespielt werden. Dazu wird auf das Spielfeld Dienes-Material aus Holz hinzugefügt oder entfernt. Dabei muss evtl. gebündelt und entbündelt werden. Die Handlungen des Hinzufügens und Entfernens werden als Addition oder Subtraktion notiert. Spielerisch werden zweistellige Zahlen mit Zehnerübergang addiert.

#### 6 Das Stellenwertsystem kennenlernen

## 6.1 Das Stellenwertsystem kennenlernen und Rechnen mit dreistelligen Zahlen – 500 gewinnt

Das Stellenwertsystem spielt in dem hier vorgestellten Konzept eine untergeordnete Rolle, da es lediglich ein Notationssystem ist, also eine Übereinkunft in der Schreibweise großer Zahlen. Dass das Stellenwertsystem zum Verständnis von Zahlen nicht unbedingt notwendig ist, zeigt das römische Zahlen — und Notationssystem, welches nicht auf dem Stellenwert beruht: z.B. unterscheidet sich in der römischen Notation die Zahl tausend von der Hundert durch das gewählte Symbol — einem Buchstaben — und nicht durch die Stelle, an der der Buchstabe steht. Das Stellenwertsystem ist dem römischen Notationssystem bezüglich der Effektivität überlegen, dafür ist das Stellenwertsystem meiner Meinung nach nicht so anschaulich. Beide Systeme beruhen jedoch auf dem Bündelungsprinzip, was ich für die wesentliche Erkenntnis halte. Dennoch ist es für Kinder wichtig, Zahlen lesen und schreiben zu können.

Das Stellenwertsystem ist ausschließlich den geschriebenen Zahlen vorbehalten. Teilen wir eine Zahl mündlich mit, so benennen wir die Bündelungseinheiten mit ihrem Wert. Der Wert

einer Ziffer in der Zahl wird in der Mündlichkeit nicht durch ihre Stelle mitgeteilt, sondern konkret benannt, z.B. Dreitausendfünfhundert.

Ein Kind, das eine Zahl sprechen kann, ist also deswegen nicht unbedingt in der Lage diese Zahl zu schreiben. Anders gesagt: eine mündlich genannte Zahl enthält keine Hinweise auf das Stellenwertsystem.

Legen Kinder Zahlen mit Dienes-Material, so lassen sie in der Regel keine Lücke für eine nicht belegte Stelle (als Ziffer wäre das eine 0). Daher können wir nicht davon ausgehen, dass Kinder, die eine Zahl mit Dienes-Material legen, diese auch im Stellenwertsystem notieren können.

Als Lerntherapeut habe ich beispielsweise folgendes erlebt: Ein Kind hat die Zahl 101 mit Dienes-Material



gelegt und mündlich richtig als hunderteins bezeichnet.

Schriftlich wurde dies als 1001 (hundert-eins) notiert. Vom Standpunkt der Bündelung und als direkte Übersetzung der mündlichen Benennung in die Schriftlichkeit ist diese Schreibweise richtig, denn es wurde eine 100 und eine 1 gelegt, zusammen 1001 (gesprochen hunderteins). Es fehlt die Kenntnis der Notation im Stellenwertsystem, um dies als 101 zu beschreiben.

Voraussetzung für die Erarbeitung des Stellenwertsystems ist die Kenntnis des Bündelungsprinzips als abstraktes Konzept, wie es im Spiel *20 gewinnt* eingeführt wird.

Das Spiel 500 gewinnt holt die Kinder beim Legen des Dienes-Materials ab. Die Fähigkeit dreistellige Zahlen mit Dienes-Material zu legen kann als Voraussetzung für den Einsatz des Lernspiels 500 gewinnt bezeichnet werden. Indem den Materialien feste Stellen zugewiesen werden, wird die leere Stelle, d.h. der Einsatz der Null, eingeführt. Die Notation mit Zahlen, durch Legen von Ziffernkarten, ordnet den gelegten Materialien – vor allem der leeren Stelle – eine Ziffer zu.

Das Legen von Dienes-Material kann nach und nach entfallen. Angelehnt an das Vorgehen im regulären Mathematikunterricht in der Grundschule werden die Stellenwerte dann mit den Buchstaben H (Hunderter), Z (Zehner), und E (Einer) bezeichnet.

#### 6.2 Große Zahlen benennen – Die größte Zahl

Das Spiel *Die größte Zahl* übt das Stellenwertsystem sowie die Benennung großer Zahlen im elfstelligen Zahlenraum. Durch Verwendung nur eines Teils der Spielfelder kann das Spiel bereits im dreistelligen und vierstelligen Zahlenraum verwendet werden. Im Laufe des Spiels werden auf das Spielfeld (eine Vorlage mit elf Feldern zum Legen von Karten) Ziffernkarten gelegt. Mit jeder Ziffernkarte die gelegt wird, soll die jeweilige Spielerin den Stellenwert dieser Ziffer benennen. Wird eine Drei auf die Zehntausenderstelle gelegt, so könnte sie z.B. sagen: "Diese Drei ist hier dreißigtausend wert". Hat jede Spielerin elf Ziffernkarten gelegt, so werden die elfstelligen Zahlen vorgelesen. Die größte Zahl gewinnt.

Dieses Spiel kann auch verwendet werden, um die Zählkompetenz zu erweitern und einfache Additionen ohne Zehnerübergang im großen, elfstelligen Zahlenraum zu üben: Wenn das Spiel Die größte Zahl beendet ist, liegt vor jedem Spieler eine elfstellige Zahl. Nun wählt man eine Stelle mit einer möglichst niedrigen Ziffer aus und erhöht diese schrittweise um eins. Man kann dabei auch um den Tisch laufen. Mit jedem Schritt wird die vollständige (!) Zahl benannt. Wird die Ziffer neun erreicht, endet das Zählen und man spielt eine weitere Runde Die größte Zahl oder wählt eine andere Stelle und erhöht diese schrittweise um eins und benennt mit jedem Schritt die ganze Zahl. Das Erhöhen findet nicht real statt, sondern nur im Geiste, also gedacht.

Das Benennen großer, elfstelliger Zahlen fällt Kindern anfangs schwer, aber mit etwas Übung wird es einfacher gehen und sie sind sehr stolz, wenn es ihnen flüssig gelingt.

Eine einfache Additionsaufgabe kann ebenfalls an eine Spielrunde angehängt werden. Liegt nach Beendigung der Spielrunde die elfstellige Zahl vor den Spielern, so wird eine Zahl addiert, die dem Fortschreiten um einen Schritt, wie oben dargestellt, entspricht (z.B.: "Addiere bitte einhundert Millionen."). Als Ergebnis wird wieder die vollständige elfstellige Zahl (!) genannt. Die zu addierende Zahl kann nach und nach erhöht werden, sollte jedoch außer der ersten Ziffer nur Nullen enthalten und es sollte kein Zehnerübergang erfolgen.

#### 7 Die Fördersituation

Damit die Lernspiele ihre volle Wirkung entfalten können, sollten sie in eine lernförderliche Atmosphäre eingebettet sein. Dazu dienen die folgenden Erläuterungen.

#### 7.1 Transparenz

Wird ein neues Lernspiel bzw. ein neues Material eingeführt, so wird dieses erst einmal ausführlich begutachtet. Alle Teile des Spiels werden betrachtet und es wird geklärt, welche Bedeutung sie haben. Außerdem werden Verständnisfragen geklärt. Dies gilt grundsätzlich für alle Materialien, die in der Fördersituation eingesetzt werden. Dies soll den Kindern Sicherheit geben. Sie sollen merken, dass keine Überraschungen geplant sind. Gerade Kinder, die schlechte Erfahrungen mit Mathematik gemacht haben, lieben diese Überraschungen nicht sehr.

#### 7.2 Zeit

Wie bereits weiter oben dargelegt, wird in der Fördersituation das Familiensetting nachgestellt. Damit ist das Familiensetting des bildungsbürgerlichen Milieus gemeint.

Um dies zu erreichen sollten wir davon ausgehen, dass Zeit keine Rolle spielt. Es ist so viel Zeit vorhanden, wie benötigt wird. Das bedeutet, dass wir uns mit mathematischen Prozeduren und Darstellungen sehr differenziert auseinandersetzen können. Wenn Schwierigkeiten auftreten, widmen wir uns diesen in aller Ruhe und bis alles verstanden ist.

Das bedeutet natürlich, dass wir uns vom Tagesgeschehen der Schule abkoppeln müssen, wo sehr oft Zeitknappheit herrscht: Die nächste Klassenarbeit steht an, eine Hausaufgabe muss abgegeben werden, etc. Zeitstress hat in der Fördersituation nichts zu suchen.

#### 7.3 Positive Atmosphäre

Von größter Bedeutung für die Fördersituation ist die positive Atmosphäre. Daraus leitet sich zwingend ab, dass nur Kinder gefördert werden, die freiwillig in die Förderung kommen. Natürlich kann die Förderlehrerin motivierend tätig werden, aber letztlich bleibt es dabei: Gefördert werden nur Kinder, die gefördert werden wollen.

Meine Erfahrung geht dahin, dass gerade an den Schulen Kinder mit Beginn der Fördertätigkeit zurückhaltend gegenüber der Förderung sind. Wenn sie aber erst einmal bemerken, dass die Förderung sehr viel Spaß macht und dort viel gespielt wird, wollen meistens auch viele andere Kinder der Klasse in die Förderung.

Wenn also ein Kind nicht gefördert werden will, lassen Sie es. Vielleicht will es in einem halben Jahr und hört von anderen Kindern, wie schön die Förderung ist.

#### 7.4 Fragen und Antworten

Kinder stellen i.d.R. in der Förderung zwei Arten von Fragen: Fragen nach den verwendeten Symbolen und der mathematischen Schreibweise, sowie Verständnisfragen.

Fragen ersterer Art sollten geduldig und vollständig beantwortet werden, denn diese Fragen kann das Kind sich nur in seltenen Fällen selbst beantworten oder nach der Antwort forschen. So muss auf eine dementsprechende Frage nach dem waagerechten Strich geantwortet werden, dass dieser in der Mathematik als Kürzel für die Subtraktion stehen kann (er kann aber auch ein Bruchstrich sein). Diese Art von Fragen ist jedoch sehr selten.

Die meisten Fragen sind Verständnisfragen und diese Fragen sind sehr wertvoll, denn sie sind der Ausgangspunkt für die forschende Tätigkeit und zeigen die Neugierde des Kindes. Das Ungünstigste was hier gemacht werden kann, ist die Frage vollständig zu beantworten. Der Forschergeist wird damit quasi totgeschlagen.

Vielmehr kommt es darauf an, dem Kind Mut zu machen sich auf Entdeckungsreise zu begeben.

Als Erstes wäre abzuwägen, ob überhaupt geantwortet werden muss. Manchmal reden Kinder vor sich hin und formulieren Fragen laut, die ihnen durch den Kopf gehen und mit denen sie sich beschäftigen. Das ist aber nicht als Aufforderung an die Förderlehrerin gedacht, eine Antwort zu geben. Daher tut es manchmal gut, inne zu halten und abzuwarten.

Sollte doch eine Antwort erwünscht sein, so kommen Sie dem Kind etwas entgegen, aber lassen Sie genug Platz für die forschende Tätigkeit des Kindes.

Lassen Sie das Terrain, das zwischen der Frage und ihrer Antwort erforscht werden kann, entstehen. Vielleicht genügt es, Material zu reichen, mit dem das Kind weiterforschen kann, wie z.B. einen Würfel, Dienes-Material oder Ähnliches.

Taucht z.B. beim Spiel Zehn gewinnt die Frage auf "Wie legt man eine Sieben?", könnten Sie ohne Kommentar das Blatt "Diese Spielergebnisse sind möglich" (verfügbar als Download unter www.die-rechenpaten.de) reichen. Oder Sie könnten auf das Spielfeld zeigen und sage: "Schau mal, da hast du schon fünf". Lassen Sie nach einer solchen Hilfestellung dem Kind ausreichend Zeit, um den Prozess zu verarbeiten.

Fragen Sie eventuell nach, ob das Kind noch mehr Zeit zum Nachdenken braucht und ob das Gesagte eine Hilfestellung für das Kind war.

#### 7.5 Reden und Schweigen

Lehrkräfte reden sehr viel und sie merken es meist nicht. Das gilt auch für Förderlehrerinnen. Daher gilt: Reden Sie so wenig wie nur irgend möglich. Das gilt natürlich nur für mathematische Sachverhalte. Wenn Sie gerade dabei sind, Witze zu erzählen oder "Tiere nachmachen" spielen, lassen Sie einfach los! In der mathematischen Fördersituation sollten Sie, bevor Sie

reden, genau überlegen, ob das, was Sie sagen wollen, wirklich notwendig ist und unbedingt gesagt werden muss. Geht es auch ohne? Kann vielleicht auch stumm Material gereicht werden, mit dessen Hilfe das Kind sich selbst hilft? Wenn nicht und Sie der Meinung sind, dass Sie unbedingt etwas sagen müssen, dann beschränken Sie sich auf maximal drei Sätze und warten dann ab was passiert. Fast immer reichen maximal drei Sätze und fast immer reden Lehrerinnen mehr als drei Sätze, obwohl drei gereicht hätten (ich rede da aus eigener Erfahrung). Diese Ratschläge klingen vielleicht schwerer zu befolgen als man denkt, doch Schweigen und sich Kurzfassen ist für Lehrerkräfte und Förderlehrkräfte einfach zu erlernen, wenn sie innehalten und sich fragen: "Wie kann ich mit nur einem Satz antworten?"

#### 7.6 Die ersten Stunden

Die ersten drei Förderstunden sind von besonderer Bedeutung. Hier wird die Fördersituation emotional geprägt, d.h. ob das Kind die Fördersituation zukünftig als positiv erleben wird oder nicht. Daher steht in diesen Förderstunden nicht das Lernen an erster Stelle, sondern das gegenseitige Kennenlernen und das positive Erlebnis. Das heißt nicht, dass Sie nicht Mathematik betreiben sollten, im Gegenteil, aber es sollte stets viel Zeit für das Miteinander bleiben: Für den Spaß, für Gespräche über Erlebtes, Belastendes und Erfreuliches. Das gilt auch für die Förderlehrerin, doch der Raum sollte vor allem für das Kind da sein. Lassen Sie sich erzählen, wie der Mathematikunterricht empfunden wird, wie das Kind mit Hausaufgaben zurechtkommt, ob es Freunde hat. Betonen Sie den Spielcharakter der Spiele.

#### 7.7 Mathematik und Sprache

Mathematisches Lernen erfordert Versprachlichung. Kinder sollten angeregt werden ihr Handeln sprachlich zu begleiten und Entdeckungen sprachlich zu formulieren. Das ist für viele Kinder sehr schwer, sie benötigen dafür Zeit, Geduld und vielleicht Unterstützung.

Wichtig ist auch die Interpretation der Spielhandlungen mit mathematischen Symbolen. Z.B. wird das Hinzufügen als Addition und das Entfernen als Subtraktion mit den entsprechenden Symbolen der Mathematik interpretiert. Stapelchips, Holzwürfel und Ähnliches werden auf ihre Anzahl (und nicht auf ihr Aussehen) reduziert und als Zahl notiert bzw. benannt. Letztlich werden alle Spielhandlungen mit Hilfe von Zahlen und Rechenoperationen notiert bzw. mathematisch interpretiert.

Die in der Förderbox präsentierten Lernspiele lösen nur einen mathematischen Lerneffekt aus, wenn sie sprachlich – mündlich oder schriftlich, aktiv oder passiv (zuhörend) – begleitet werden. Geschieht dies nicht, so kann es durchaus sein, dass Kinder zwar viel Spaß haben, aber

kein mathematischer Lerneffekt eintritt. Daher empfehle ich nach der ersten oder zweiten Spielrunde Stift und Papier hervorzuholen und von jedem Spielzug ein Protokoll zu führen. Dieses Protokoll wird ausschließlich mit mathematischen Symbolen (Zahlen und Rechenoperationen) geschrieben. Sollte ein Kind nicht schreiben wollen, so können Sie das Schreiben übernehmen, aber lassen Sie sich vom Kind diktieren was Sie schreiben sollen. Dies gilt grundsätzlich für alle Spiele. Ausnahmen sind Spiele, die bereits mit Zahlen gespielt werden, wie *Plusminus-Bingo, Räum ab!, Such die Zahl, Nummero, 500 gewinnt* und *Die größte Zahl*.

## 8 Diagnose

Die Beschreibung der Diagnostik erfolgt in Anlehnung an Wehrmann (2003).

Die hier vorgestellte Diagnose hat nicht den Anspruch das Vorliegen einer Rechenschwäche oder gar einer Dyskalkulie zu belegen.

Es soll lediglich festgestellt werden, welche mathematisch-inhaltlichen Bereiche noch erarbeitet werden müssen. Insofern handelt es sich um eine Förderdiagnostik.

Diagnostik, wie sie hier verstanden wird, legt den Schwerpunkt auf die mathematischen Inhalte, ist jedoch eine Gesamtschau des Kindes: Konzentrationsfähigkeit, Selbstbewusstsein, Selbstwirksamkeit, sekundäre Problematik usw. sind wichtige Aspekte der Diagnostik.

Dementsprechend kann die Förderung auf diese nicht-mathematischen Aspekte ausgerichtet sein, jedoch nie von den mathematischen Inhalten abgelöst.

Es bleibt dabei, dass es sich hier um eine mathematische Förderung handelt: Kinder, die nicht rechnen können, müssen Rechnen lernen.

Die weiter unten vorgestellten Fragen geben keinen Aufschluss über den Lernstand des Kindes. Sie geben lediglich einen Hinweis und eine Vermutung auf den Inhaltsbereich, der in die Förderung einbezogen werden soll. Während der Förderung erfolgt ein ständiger Abgleich mit den Ergebnissen der Diagnose. Sie werden feststellen, dass sie nach einer gewissen Zeit ein immer besseres Bild dessen bekommen, was dem Kind fehlt.

Erläutern Sie dem Kind, dass dies keine Prüfung ist und die Ergebnisse in keiner Weise bewertet werden. Erläutern Sie auch, dass bei den folgenden Fragen die Ergebnisse keine Rolle spielen, sondern, dass Sie wissen wollen was es sich bei der Lösung der Aufgaben denkt.

Wir möchten nur wissen, wie das Kind gerechnet hat. Nach langer Schulfrustration haben Kinder oftmals Angst vor den Fragen Erwachsener entwickelt, vor allem vor deren Bewertung. Mit dieser Diagnose soll festgestellt werden, ob die in dieser Förderbox *Addition und Subtraktion* thematisierten Konzepte

#### 1. Der Menge

und

#### 2. Der Bündelung

vom Kind bereits beherrscht werden oder noch gelernt werden müssen.

Bedenken Sie, dass es auch sein kann, dass die Diagnose kein eindeutiges Ergebnis hergibt. Manche Kinder geben nur unwillig Auskunft und sind mit ihren Antworten sehr kurz angebunden. Das muss respektiert werden. Hier bleibt nichts anderes übrig, als eine begleitende Diagnostik zu machen, d.h. wir fangen einfach an und versuchen eine entspannte Atmosphäre herzustellen. Vielleicht können wir unsere Fragen später stellen. Vielleicht besteht unsere Aufgabe vor allem darin, die Angst vor der Mathematik oder vor der Lehrkraft zu nehmen. Letztlich sind wir auf die Mitwirkung des Kindes angewiesen, und seine Weigerung wird einen Hintergrund haben, den wir nicht kennen und respektieren müssen.

## 8.1 Diagnose des Konzepts der Menge

Mit folgenden Fragen soll festgestellt werden, ob ein Kind zählend rechnet oder mit Mengen in der Vorstellung rechnet (Konzept der Menge).

Diagnostische Frage zur Addition:

"Rechne bitte die Aufgabe fünf plus drei im Kopf. Sag mir vor allem, wie du das gerechnet hast." Nachdem die Lösung genannt wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?". Wenn das Kind nun antwortet, beachten Sie die Antwort nicht, auch wenn sie richtig ist. Die Antwort ist für uns nicht von Interesse, da sie keinen Aufschluss über die Fähigkeiten des Kindes gibt (bedenken Sie: Die Antwort könnte geraten und rein zufällig richtig sein).

#### Mögliche Antworten:

- 1. Einige Kinder schießen mit der Antwort sofort heraus. Dies kann bedeuten, dass sie tatsächlich gute Rechner sind. Es kann aber auch bedeuten, dass sie die Aufgaben alle auswendig gelernt haben und keine Kenntnis des Rechnens mit Mengen vorliegen. Fragen Sie nach.
- 2. Andere Kinder brauchen relativ lange und zählen offen oder verdeckt.

Das verdeckte Zählen erfolgt, indem die Hände unter dem Tisch gehalten werden, indem die Finger beim Zählen kaum oder nicht bewegt werden, durch Kopfnicken oder für uns unsichtbar in der Vorstellung. Fragen Sie nach und erlauben Sie dem Kind das Zählen und sagen Sie es ihm: "Zählen ist erlaubt" In der Förderung ist Zählen grundsätzlich immer erlaubt (!). Sagen Sie das dem Kind ebenfalls, damit es seine Angst verliert.

Zählendes Rechnen beansprucht das Arbeitsgedächtnis sehr stark. Daher kommt es bei zählenden Rechnern häufig vor, dass sie die Aufgabe vergessen und nachfragen. Wird die Frage

mehrmals nachgefragt, so ist das ein Verdacht auf zählendes Rechnen.

Zählende Rechner machen oft den für sie typischen Einserfehler: Ihr Ergebnis liegt um eins

unter dem richtigen Ergebnis (bei der Addition) oder um Eins darüber (bei der Subtraktion).

Das Problem für sie liegt darin, dass sie nicht wissen, ob sie bei der obigen Addition (fünf plus

drei) bei fünf oder bei sechs anfangen sollen zu zählen.

Hier noch zwei Aufgaben mit Unbekannten, die das Diagnoseergebnis genauer bestimmen

helfen. Die folgenden beiden Aufgaben werden schriftlich vorgelegt.

Diagnostische Aufgabe a:

□ + 6=9

Diagnostische Aufgabe b:

10=8 + □

Nachdem die Lösung notiert wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?".

Das Kind muss für die Ermittlung der fehlenden Zahl eine Mengenvorstellung haben und den

Zahlvergleich beherrschen.

Diagnostische Frage zur Subtraktion

"Rechne bitte die Aufgabe acht minus sieben im Kopf. Sag mir vor allem, wie du das gerechnet

hast." Nachdem die Lösung genannt wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?"

Die Subtraktion ist für zählende Rechner sehr mühsam, denn sie müssen zur Ergebnisfindung

rückwärts zählen. Es gibt daher Kinder, die die Subtraktion grundsätzlich ablehnen ("Kann ich

nicht"). Das ist ein starker Verdacht für zählendes Rechnen. Andere Kinder machen sich auf

den beschwerlichen Weg von acht um sieben Schritte rückwärts zu zählen. Achten Sie auf den

Einser-Fehler (s.o.).

Hier noch zwei Aufgaben mit Unbekannten, die das Diagnoseergebnis genauer bestimmen

helfen. Die folgenden beiden Aufgaben werden schriftlich vorgelegt.

Diagnostische Aufgabe c:

□ - 4=5

Diagnostische Aufgabe d:

3=7 - □

Nachdem die Lösung notiert wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?"

Diese Aufgaben sind für die meisten Kinder sehr schwer. Hier wird die Vorstellung von der

Subtraktion als Differenz diagnostiziert. (Aufgabe c: Fünf ist die Differenz von neun und vier;

Aufgabe d: Drei ist die Differenz von sieben und vier). Wie bereits oben dargestellt, (Kapitel

2.4) verfügen nur wenige Kinder über eine solche Vorstellung. Diese Vorstellung wird in dem

Spiel "Zauberzahl" gelernt.

39

Wenn sich durch die Diagnose der Verdacht ergibt, dass ein Kind nicht mit Mengen rechnet sondern zählt, so ist es angebracht die Förderung mit den Spielen eins bis vierzehn durchzuführen. Beginnen Sie mit dem Spiel Zehn gewinnt und fahren fort bis zum Spiel Räum ab! Gleichen Sie das Ergebnis der Diagnose mit ihren Erfahrungen während der Förderung ab. Bestätigt sich in der Förderung ihr Verdacht oder nicht?

#### 8.2 Diagnose des Konzepts der Bündelung

Mit folgenden Fragen soll festgestellt werden, ob ein Kind das Konzept der Bündelung zum Rechnen nutzt.

Diagnostische Frage 1

"Du hast vorhin herausbekommen, dass fünf plus drei acht ergibt. Wie viel ergibt fünfzehn plus drei?" Nachdem die Lösung genannt wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?".

Hier gibt es zwei häufig vorkommende Antworttypen: Einige Kinder zählen von fünfzehn um drei weiter. Sie haben die dekadische Struktur des Zahlenraums, der auf der Bündelung basiert, nicht verstanden.

Andere Kinder gehen sehr mechanisch vor: Sie verdecken (im Geiste oder real) die Eins vor der Fünf, rechnen dann fünf plus drei und setzen vor das Ergebnis wieder die Eins. Dieses mechanische Vorgehen nährt den Verdacht, dass hier kein Wissen vorliegt, sondern ein algorithmisches bzw. mechanisches Ermitteln der Lösung. Diese Lösungstechnik führt jedoch letztlich zum Scheitern, z.B. bei der Aufgabe achtzehn plus drei. Vor allem wird hier keine abstrakte Struktur aufgebaut, die für den großen Zahlenraum als Grundlage dient.

Diagnostische Frage 2

"Du hast vorhin herausbekommen, dass fünf plus drei acht ergibt. Wie viel ergibt fünfzig plus dreißig?" Nachdem die Lösung genannt wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?" Hier gibt es nur eine Antwort, die auf ein Unverständnis des Konzepts der Bündelung hinweist: Kinder sagen oft, dass sie jeweils die Null wegnehmen, dann fünf plus drei rechnen und dann wieder eine Null hinzufügen. Auf die Frage, wo denn die zweite Null geblieben ist, wissen sie oftmals keine Antwort. Hier steht der Verdacht im Raume, dass mechanisch und unverstanden vorgegangen wird.

Die Variante, dass ein Kind um dreißig Schritte vorwärts zählt, um das Ergebnis zu ermitteln, habe ich noch nie erlebt.

Sollten Fragen 1 und 2 positiv ausgefallen sein, so können Sie sich ein genaueres Bild machen, indem Sie noch folgende Fragen stellen:

Diagnostische Frage 3

"Rechne bitte die Aufgabe sechsundvierzig plus achtunddreißig im Kopf. Sag mir vor allem, wie du das gerechnet hast." Nachdem die Lösung genannt wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?".

Diagnostische Frage 4

"Rechne bitte die Aufgabe dreiundsiebzig minus siebenundzwanzig im Kopf. Sag mir vor allem, wie du das gerechnet hast." Nachdem die Lösung genannt wurde, fragen Sie nach: "Wie hast du das gerechnet?".

Legt ein Kind bei beiden Fragen nachvollziehbare und begründete Antworten vor, so gehen wir davon aus, dass das Konzept der Bündelung bekannt ist.

Ergeben die Fragen den Verdacht, dass das Konzept der Bündelung nicht bekannt ist, so sollten Sie das Spiel *20 gewinnt* spielen. Anschließend spielen Sie die Spiele der Teile 3 und 4 der Förderbox. Natürlich müssen Sie nicht alle Spiele spielen und vor allem nicht alle gleich intensiv. Schauen Sie, welche Spiele schnell langweilig werden und wo sich Möglichkeiten der Erweiterung des mathematischen Wissens auftun.



# 9 Spielanleitungen

Teil 1: Konzept der Menge	44
Zehn gewinnt	46
Hüpf die Zahl	47
Zehn gewinnt Domino	48
Lückenfüller	49
Zehn raus	51
Zahlenwippe	52
Zahlgefühl	54
Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge	56
Würfelschranke	58
Würfelschranke Domino	60
Würfelbingo	61
Zauberzahl	62
Trimon	64
Gefangene befreien	65
Plusminus Bingo	66
Räum ab!	68
Zahlenplaneto	70
Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur	73
Zwanzig gewinnt	75
Zahlenhüpfer	77
Triolett	79
Such die Zahl	80
Zahlenklatschen	81
Zahlenpuzzle	82
Nummero	83
Rattenwerfen	84
Zahlenschlange	86
Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen	87



Der Turm	88
Turmdomino	90
Kisten	92
500 gewinnt	95
Black Jack	97
Die größte Zahl	99

Teil 1: Konzept der Menge

Spielname	Abstra	aktionsebenen nach Brune	er
und mathemati-	Enaktiv	Ikonisch	Symbolisch
scher	(konkret, handelnd)	(bildhaft)	
Inhaltsbereich			
Zehn gewinnt	Zehn gewinnt		
Zahlen als			
Repräsentanten für			
Mengen/	CAST States Nationary		
Rechenoperatio-			
nen			
Hüpf die Zahl	Hüpf die Zahl		
Bewegungsspiel -			
Zahlen als			
Repräsentanten			
für Mengen			
Zehn gewinnt		<b>2 2 3</b>	
Domino			
Zahlen als			
Repräsentanten			
für Mengen			
Lückenfüller	University Throughput (mer.)  10  9  8		
Zehnerergänzung	7 6 5		
	4		
Zehn raus			6. 4
Zehnerergänzung			15/
			13/2



Teil 1: Konzept der Menge

Zahlenwippe		
Fünferbündelung	Zahlenrippe 2 3 4 9 11	
<b>Zahlgefühl</b> Fünferbündelung	****	
	Zanigerühl (6 bis 18	



# Teil 1: Konzept der Menge Zahlen als Repräsentanten für Mengen/Rechenoperationen

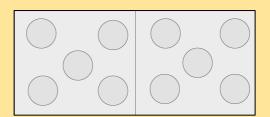


## Zehn gewinnt

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- 2 Spielfelder
- 20 Stapelchips (je 10 einer Farbe)
- 4er Würfel
- 6er Würfel mit Punkten



## **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt ein leeres Spielfeld. Die Stapelchips und der 4er Würfel werden bereitgelegt. Der 6er Würfel dient ausschließlich zum Erkennen des Würfelmusters.

## **Spielablauf**

Die Jüngere beginnt. Jeder Spielzug beginnt mit dem Würfeln des 4er Würfels.

Die dem Würfel entsprechende Anzahl Stapelchips wird auf das Spielfeld gelegt.

Wird eine Vier gewürfelt, muss ein Stapelchip wieder vom Spielfeld entfernt werden. Die Stapelchips werden entsprechend des Würfelmusters gelegt. Dabei wird zuerst die linke und dann die rechte Spielfeldhälfte belegt.

#### Spielende

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen zehn Stapelchips auf ihrem Spielfeld liegen hat.

Diese Spielerin gewinnt.

## Variante 1: Null gewinnt

Zur Spielvorbereitung belegen beide Spielerinnen ihr Spielfeld vollständig mit Stapelchips. Jeder Spielzug beginnt mit dem Würfeln des 4er Würfels.

Die dem Würfel entsprechende Anzahl Stapelchips wird vom Spielfeld entfernt.

Wird eine Vier gewürfelt, muss ein Stapelchip auf das Spielfeld dazugelegt werden. Die Stapelchips werden so entnommen, dass ein Würfelmuster zurückbleibt.

Die Spielerin, die das Feld zuerst vollständig abgeräumt hat, gewinnt.

#### **Variante 2: Der zehnte Chip gewinnt**

Beide Spielerinnen spielen auf einem Spielfeld. Wer anfängt, kann z.B. per "Schere, Stein, Papier" ermittelt werden.

Die Spielerinnen entscheiden pro Spielzug, ob sie entweder einen oder zwei Stapelchips legen möchten. Die Spielerinnen sind abwechselnd an der Reihe. Diejenige die den zehnten Stapelchip legt gewinnt.



## Teil 1: Konzept der Menge Bewegungsspiel - Zahlen als Repräsentanten für Mengen

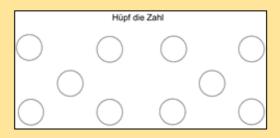


# Hüpf die Zahl

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- 10 Hüpfpunkte
- 10 Ziffernkarten



## **Spielvorbereitung**

Die zehn Hüpfpunkte werden entsprechend der Abbildung vom Spielfeld auf den Boden gelegt. Die Karten werden auf einem Stapel verdeckt bereitgelegt.

## **Spielablauf**

Die Jüngere beginnt und zieht eine Karte vom Stapel. Anschließend hüpft sie die entsprechende Anzahl auf den Hüpfpunkten. Dabei orientiert sie sich am Würfelmuster, wie beim Spiel "Zehn gewinnt" erklärt.

Die andere Spielerin muss erraten welche Zahl die erste Spielerin gezogen hat/gehüpft ist.

Die Karte wird beiseitegelegt. Nun zieht die zweite Spielerin eine Karte vom Stapel und hüpft die entsprechende Anzahl auf den Hüpfpunkten. Dabei orientiert sie sich am Würfelmuster. Die erste Spielerin muss

nun erraten welche Zahl die zweite Spielerin gezogen hat/gehüpft ist usw.

## Spielende

Das Spiel endet, sobald keine Karten mehr auf dem Nachziehstapel liegen. Es gibt keine Gewinnerin.

#### Variante

Für diese Spielvariante werden nur fünf Hüpfpunkte verwendet, die anderen fünf werden entfernt. Der Spielablauf bleibt bestehen, außer dass die Zahlen von sechs bis zehn folgendermaßen repräsentiert werden: Statt der ersten fünf Sprünge wird einmal geklatscht; die verbleibende Differenz bis zur gezogenen Zahl wird gehüpft. Beispiel 7: einmal klatschen und zwei Hüpfer. Beispiel 9: einmal klatschen und vier Hüpfer, Beispiel 3: dreimal Hüpfen (kein klatschen)



## Teil 1: Konzept der Menge Zahlen als Repräsentanten für Mengen

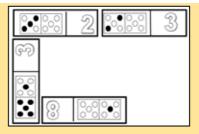


# **Zehn gewinnt Domino**

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

• 18 Dominokarten



## **Spielvorbereitung**

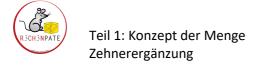
Die Dominokarten werden gemischt. Jede Spielerin bekommt sechs Karten. Eine Karte wird als Startkarte offen auf den Tisch gelegt, die restlichen Karten bilden den Nachziehstapel.

## **Spielablauf**

An jedes Würfelmuster wird eine Zahl und an jede Zahl wird ein Würfelmuster angelegt. Der Zahlwert muss in beiden Fällen identisch sein. Kann eine Spielerin keine ihrer Handkarten ablegen, nimmt sie eine Karte vom Nachziehstapel. Falls diese Karte passt, kann sie direkt abgelegt werden. Passt sie nicht, ist der Spielzug beendet.

## Spielende

Das Spiel endet, sobald eine der beiden Spielerinnen keine Handkarten mehr hat. Die Spielerin, die zuerst alle ihre Handkarten abgelegt hat, gewinnt.



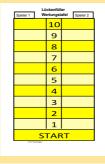


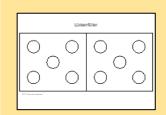
## Lückenfüller

©2013 Helia Eggert

#### Material:

- 2 Spielfelder
- Wertungstafel
- 40 Stapelchips in zwei Farben (20 pro Farbe)
- 6er Würfel
- 2 Spielfiguren





## **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt ein leeres Spielfeld, ein Blatt und einen Stift. Die Stapelchips werden neben den Spielfeldern bereitgelegt. Die Spielfiguren werden auf das Startfeld der Wertungstafel gestellt.

## **Spielablauf**

Die jüngere Spielerin beginnt. Sie würfelt und legt die dem Zahlwert entsprechende Anzahl an Stapelchips auf ihr Spielfeld. Dafür verwendet sie ausschließlich eine der beiden Farben. Mit den andersfarbigen Stapelchips füllt sie die freigebliebenen Felder auf ihrem Spielfeld auf und notiert die entsprechende Rechnung (x + y = 10). Anschließend ist die andere Spielerin an der Reihe. Nachdem die zweite Spielerin ihren Spielzug abgeschlossen hat, vergleichen die beiden Spielerinnen ihre Spielzüge. Diejenige, die eine höherwertige Zahl zu ihrem

Würfelergebnis ergänzen musste, darf auf der Wertungstafel einen Schritt weiterrücken.

#### **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen auf der Wertungstafel zehn Punkte erreicht. Diese Spielerin gewinnt. Ggf. kann auch eine andere Zielzahl vereinbart werden.

## Variante 1

Der Ablauf der Spielzüge bleibt bestehen. Die entsprechende Rechnung wird allerdings immer erst notiert, nachdem die zweite Spielerin ihren Spielzug beendet hat. Die Rechnung wird in der Form x + y = w + z notiert. Die Regel für das Weiterrücken auf der Wertungstafel bleibt ebenfalls bestehen.

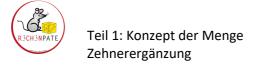


## Teil 1: Konzept der Menge Zehnerergänzung



## Variante 2

Die Spielerinnen verzichten nach dem Würfeln auf das Ablegen von Stapelchips auf dem Spielfeld. Sie ergänzen ihr Wurfergebnis im Kopf bis zehn und notieren die entsprechende Rechnung (x + y = 10 bzw. x + y = w + z). Die Regel für das Weiterrücken auf der Wertungstafel bleibt ebenfalls bestehen.





## **Zehn raus**

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

• 9 Ziffernkarten (1 bis 9)



## **Spielvorbereitung**

Die Karten werden gemischt und an die Spielerinnen verteilt, sodass eine Spielerin vier und die andere Spielerin fünf Karten erhält.

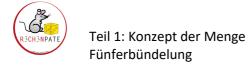
## **Spielablauf**

Im ersten Spielzug legen beide Spielerinnen jeweils die Kartenpaare ab, deren Summe zehn ergibt. Im zweiten Spielzug darf die Spielerin, die zu Beginn des Spiels vier Karten auf der Hand hatte, von der anderen Spielerin verdeckt eine Karte ziehen.

Sollte sich dadurch ein Kartenpaar mit der Summe zehn ergeben, darf dieses abgelegt werden. Ist dies nicht der Fall, darf die andere Spielerin verdeckt eine Karte ziehen usw.

## **Spielende**

Das Spiel endet, sobald alle Kartenpaare mit der Summe zehn abgelegt wurden und eine der Spielerinnen lediglich die Karte mit der Zahl Fünf auf der Hand hält. Die Spielerin, die die Fünf nicht auf der Hand hält, gewinnt.





# Zahlenwippe

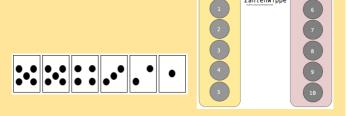
©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- 1 Spielfeld
- 10 Stapelchips
- 6 Spielkarten

#### Variante:

Ziffernkarten



## **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld und die Stapelchips werden bereitgelegt. Eine der beiden Spielkarten mit fünf Punkten wird offen hingelegt. Die anderen Spielkarten werden gemischt und in einer Reihe verdeckt neben die bereits offen liegende Spielkarte gelegt.

Die ältere Spielerin legt einen Start-Stapelchip auf eine beliebige Zahl auf dem Spielfeld.

## **Spielablauf**

Die jüngere Spielerin beginnt. Ein Spielzug besteht aus zwei Teilen. Pro Spielzug werden zwei Stapelchips gelegt. Der erste Stapelchip muss immer auf jene Seite vom Spielfeld gelegt werden, auf der noch kein Stapelchip liegt (bzw. im weiteren Spielverlauf ein Chip weniger liegt).

Um den ersten Chip legen zu können, werden die Spielkarten benötigt. Muss die Spielerin ihren Chip auf der Spielfeldseite mit den Zahlen von eins bis fünf platzieren,

zieht sie eine der verdeckten Karten. Muss die Spielerin ihren Chip auf der Spielfeldseite mit den Zahlen von sechs bis zehn platzieren, nutzt sie die bereits offen liegende Spielkarte mit der Fünf und zieht zusätzlich eine verdeckte Karte. Ob die Fünferkarte genutzt werden soll, muss zu Beginn des Spielzugs angesagt werden. Die Summe der Punkte auf den beiden Spielkarten gibt an, auf welche Zahl die Spielerin ihren Chip legen muss.

Der zweite Stapelchip darf auf eine beliebige noch freie Zahl gelegt werden. Mit dem Legen des zweiten Stapelchips endet der Spielzug und der andere Spieler beginnt.

## **Spielende**

Das Spiel endet regulär, wenn alle Zahlen belegt sind. In diesem Fall gibt es keine Gewinnerin.

Das Spiel endet vorzeitig, wenn durch das Ziehen der Spielkarten eine Zahl belegt



## Teil 1: Konzept der Menge Fünferbündelung



werden müsste, die bereits belegt ist, oder wenn nach dem Legen des ersten Stapelchips die Anzahl der Chips auf den beiden Spielfeldhälften nicht ausgeglichen ist. In diesem Fall gewinnt die Spielerin, die gerade nicht am Zug ist.

## Variante

Die Punktekarten werden mit Zahlenkarten von null bis neun oder von eins bis zehn ersetzt. Die Fünf muss in beiden Fällen wieder doppelt vorhanden sein. Der weitere Spielablauf bleibt identisch.



## Teil 1: Konzept der Menge Fünferbündelung



# Zahlgefühl

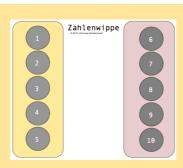
#### ©2017 Johannes Hinkelammert

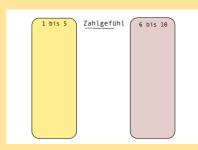
#### Material:

- 1 Spielfeld Zahlenwippe
- 10 Fühlekarten
- 1 Tasche für die Fühlekarten
- 10 Stapelchips
- 1 blickdichtes Tuch

#### Variante:

zusätzlich 1 Spielfeld Zahlgefühl





## **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld Zahlenwippe und das blickdichte Tuch werden bereitgelegt. Die zehn Fühlekarten werden verdeckt auf den Tisch gelegt und gemischt. Die mit Zacken markierte Seite der Fühlekarten ist die untere Seite.

Beide Spielerinnen wählen jeweils eine Seite des Spielfeldes für sich aus (entweder die Zahlen von eins bis fünf oder von sechs bis zehn).

## Spielablauf

Die jüngere Spielerin beginnt und breitet das blickdichte Tuch vor sich aus. Sie wählt eine der zehn Fühlekarten aus und zieht sie verdeckt unter das Tuch. Unter dem Tuch dreht sie die Fühlekarte um und richtet sie so aus, dass die gezackte Seite zu ihr zeigt. Die Spielerin ermittelt tastend die Anzahl der Punkte auf ihrer Karte. Anschließend

dreht sie die Karte wieder um, zieht sie verdeckt unter dem Tuch hervor und legt sie neben sich ab.

Danach legt sie einen Stapelchip auf die Zahl auf dem Spielfeld, von der sie denkt, dass sie sie erfühlt hat. Damit endet der Spielzug und die andere Spielerin ist an der Reihe.

Die Ablagestapel der Spielerinnen können nach dem Spielende genutzt werden, um die Spielzüge zu kontrollieren.

#### **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der beiden Spielfeldseiten (entweder die Zahlen von eins bis fünf oder von sechs bis zehn) komplett mit Stapelchips belegt sind. Diejenige, die sich diese Spielfeldseite vor Beginn des Spiels ausgesucht hatte, gewinnt.

## Variante



Für diese Variante wird die Tasche für die Fühlekarten und das Spielfeld Zahlgefühl



# Teil 1: Konzept der Menge Fünferbündelung



benötigt. Die Fühlekarten werden bereitgelegt. Die Karten mit 5 und 10 Punkten werden aussortiert.

Als Einführung in das Spiel werden verschiedene Karten in die Tasche gesteckt, so dass eine Hälfte der Karte verdeckt ist. Nun wird in Ruhe ermittelt ob die gesamtpunktzahl der Fühlekarte (also einschließlich der nicht einsehbaren Hälfte) zwischen eins und vier oder zwischen sechs und neun liegt. Bitte beachten sie, dass die Karten mit 5 und 10 Punkten aussortiert sind und dass der gezackte Rand nach unten oder (falls die Karte auf dem Tisch liegt) zum Betrachter zeigt. Als Antwort wird die Hand auf die linke, gelbe Hälfte des Spielfelds oder auf die rechte violette Hälfte des Spielfeldes gelegt. Zur Übung wird dies mehrfach mit verschiedenen Karten wiederholt. Dann kann das Spiel beginnen.

Diese Variante kann mit einer dritten Spielerin durchgeführt werden. Sie ist die Spielleitung, Sollte keine dritte Spielerin da sein, übernimmt eine der beiden Spielerinnen die Funktion der Spielleitung.

Die Fühlekarten werden verdeckt auf dem Tisch verteilt. Die Spielleiterin wählt verdeckt eine der Karten aus und steckt sie, ohne sie umzudrehen, in die Tasche für die Fühlekarten. Welche der Hälften der Karte durch die Tasche verdeckt wird ist beliebig, jedoch müssen die Punkte nach unten zeigen, damit sie beim Aufheben der Karte sichtbar werden.

Anschließend zählt sie bis drei. Auf drei deckt sie die durch die Tasche zur Hälfte verdeckte Fühlekarte auf. Die gezackte Seite muss hierbei nach unten zeigen. Die Karte wird für beide Spielerinnen zur Hälfte sichtbar.

Sind die Spielerinnen der Meinung, dass sich ein bis vier Punkte auf der Karte befinden, legen sie ihre Hände so schnell wie möglich auf die linke Seite vom Spielfeld (gelb). Sind sie der Meinung, dass sich sechs bis neun Punkte auf der Karte befinden, legen sie ihre Hände so schnell wie möglich auf die rechte Seite (violett).

Die Spielerin, deren Hand unten liegt, sie hat als erstes die Hand gelegt, hat die Runde gewonnen. Das Spiel endet, wenn die Punkte aller Fühlekarten ermittelt wurden. Diejenige, die im Laufe des Spiels mehr Punktanzahlen korrekt ermittelt hat, gewinnt. Bei Gleichstand entscheidet "Schere, Stein, Papier"



Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge

Spielname	Abstraktionsebenen nach Bruner		
und mathemati-	Enaktiv	Ikonisch	Symbolisch
scher	(konkret, handelnd)	(bildhaft)	
Inhaltsbereich			
Würfelschranke			
Addition und	a wirfelschranke		
Subtraktion im	O AME AUS 13 J.7M     O O O O O O O O O O O O O O O O O		
Zahlenraum bis	Würfelschranke		
zehn			
Würfelschranke			
Domino			
Teil-Teil-Ganzes		6.	
Konzept			
Würfelbingo			
Addition und Sub-			5 7 2 59
traktion im Zahlen-			3 1 9 8 4 6
raum bis zehn			
Zauberzahl	Zauborzahl		
Subtraktion als	000000000		
Differenz	<u> </u>		
Trimon		\	
Teil-Teil-Ganzes		8 100	
Konzept		7	
Gefangene be-			/• •
freien			0 1 2
Einfache Differen-			3 4 5
zen			



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge

			1 , 1
Gemischte Aufga-			1 _0_=(
ben zur Addition			<sup>2</sup> _O = O
und			
Subtraktion			
Räum ab!			<sub>\$ </sub>
Zerlegung der Zah-			Räum
len bis zehn			<b>O</b> O 0 0
Zahlenplaneto			Zahlenplaneto
Zerlegung der Zah-			Start 4 11
len bis bis zwanzig			7 6 2 14 9 17 2
			1 1 Zahlenplaneto
			3 3 3 3 3 3 3
			5 5 5 <del>1</del> 5 5 <del>1</del> 6 6 <del>1</del> 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
			9 9 9 9 9 9
	ben zur Addition und Subtraktion Räum ab! Zerlegung der Zahlen bis zehn Zahlenplaneto Zerlegung der Zah-	ben zur Addition und Subtraktion  Räum ab!  Zerlegung der Zah- len bis zehn  Zahlenplaneto  Zerlegung der Zah-	ben zur Addition und Subtraktion  Räum ab! Zerlegung der Zah- len bis zehn  Zahlenplaneto Zerlegung der Zah-



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis zehn

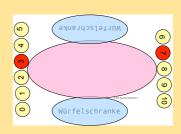


## Würfelschranke

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- 1 Spielfeld
- 11 Wendeplättchen
- 10 Kunstoffchips
- 6er Würfel



## **Spielvorbereitung**

In das ovale Feld in der Spielfeldmitte (Aktionsfeld) werden fünf Chips entsprechend dem Würfelmuster gelegt. Die verbleibenden fünf Chips liegen als Vorrat neben dem Spielfeld.

Die elf Wendeplättchen werden ebenfalls neben das Spielfeld gelegt. Die Spielerinnen einigen sich, wer die Farbe rot und wer die Farbe blau verwenden darf.

Der Würfel wird ebenfalls bereitgelegt.

## Spielablauf

Die Spielerinnen sind abwechselnd am Zug. Die Jüngere beginnt.

Ein Zug beginnt mit dem Würfeln. Wird eine Zahl zwischen eins und fünf gewürfelt, wird die entsprechende Anzahl an Chips aus dem Vorrat in das kleine ovale Feld (Vorbereitungsfeld) gelegt und von dort als Würfelmuster angeordnet, in einem Zug, in das Aktionsfeld geschoben. Umgekehrt

werden Chips, die aus dem Aktionsfeld entfernt werden, zunächst in einem Zug in das Vorbereitungsfeld geschoben und dort entsprechend dem Würfelmuster angeordnet. Anschließend können sie aus dem Vorbereitungsfeld entfernt und in den Vorrat gelegt werden. Ob sie den Chips im Aktionsfeld Chips hinzufügt oder abzieht, ist der Spielerin überlassen.

Nachdem Chips dem Aktionsfeld hinzugefügt oder abgezogen wurden, wird die
Menge an Chips ermittelt, die noch im Aktionsfeld liegt. Diese Menge wird als Zahl
benannt. Die entsprechende Zahl am Spielfeldrand wird anschließend mit einem
Wendeplättchen der eigenen Farbe abgedeckt. Handelt es sich bei der Zahl um ein
rotes Feld, darf ein beliebiges weiteres Feld
mit einem Wendeplättchen abgedeckt
werden, jedoch kein weiteres rotes.

Sollte weder durch Hinzufügen noch Abziehen von Chips eine Zahl im Aktionsfeld zurückbleiben, deren Feld am Spielfeldrand



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis zehn



noch nicht mit einem Wendeplättchen belegt ist, darf ein Wendeplättchen umgedreht werden. Wendeplättchen der eigenen Farbe müssen nicht umgedreht werden. In diesem Fall kann die Spielerin auf das Umdrehen verzichten.

Mit dem Legen des Wendeplättchens endet der Spielzug und die andere Spielerin ist am Zug.

## **Spielende**

Das Spiel endet, wenn die elf Zahlfelder an den Spielfeldrändern mit Wendeplättchen belegt sind. Diejenige, die mehr Plättchen der eigenen Farbe gelegt hat, gewinnt.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Teil-Teil-Ganzes Konzept



## Würfelschranke Domino

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

• 18 Dominokarten



## **Spielvorbereitung**

Die Dominokarten werden gemischt und an die beiden Spielerinnen verteilt. Jede Spielerin bekommt sechs Karten. Eine Karte wird als Startkarte in die Mitte des Tisches gelegt. Die restlichen Karten bilden den Nachziehstapel.

## **Spielablauf**

Die Jüngere beginnt. Grundsätzlich wird immer eine Zahl an ein Bild gelegt oder ein Bild an eine Zahl.

Die Zahl, die an ein Bild gelegt wird, muss der auf diesem Bild befindlichen Anzahl von blauen oder roten Punkten oder der Gesamtzahl an farbigen Punkten entsprechen.

Sollte keine der Handkarten diesen Bedingungen entsprechen, muss die Spielerin eine Karte vom Nachziehstapel ziehen. Sollte die nachgezogene Karten passen, darf sie gelegt werden. Andernfalls ist die andere Spielerin am Zug.

## **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der beiden Spielerinnen keine Handkarten mehr hat. Diese Spielerin gewinnt.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis zehn



# Würfelbingo

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- Papier und Stifte
- zwei 10er Würfel

5	7	2
3	1	9
8	4	6

## **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin erstellt sich ihr individuelles Bingofeld mit jeweils neun Feldern. In die Felder werden (beliebig angeordnet) die Zahlen von eins bis neun eingetragen.

## **Spielablauf**

Die Jüngere beginnt. Ein Spielzug beginnt mit dem Würfeln beider Würfel. Falls eine Null oder ein Pasch gewürfelt wird, wird der Wurf wiederholt.

Die beiden Zahlen auf den Würfeln werden addiert oder subtrahiert. Sowohl die Reihenfolge der Zahlen als auch die Rechenoperation kann von den Spielerinnen beliebig gewählt werden.

Die Rechnung sowie das Ergebnis werden aufgeschrieben und der anderen Spielerin mitgeteilt.

Anschließend kreuzen beide Spielerinnen die entsprechende Ergebniszahl auf ihren Spielfeldern ab. Das Wurfergebnis gilt also für beide Spielerinnen. Mit dem Abkreuzen einer Zahl endet der Spielzug und die andere Spielerin ist am Zug.

## **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen drei Kreuze in einer Reihe hat. Diese Spielerin gewinnt. Reihen können waagerecht, senkrecht oder diagonal verlaufen.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Subtraktion als Differenz



## Zauberzahl

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- 1 Spielfeld
- 20 einfarbige Stapelchips
- 18 Ziffernkarten
- 5 Zauberzahlkarten

Zauberzahl  1 00 danus fessioner		
0000	0000	
0000	0000	000

## **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld und die Stapelchips werden bereitgelegt. Die Zauberzahlkarten (quadratisch) werden von einer der Spielerinnen gemischt. Die andere Spielerin zieht zwei Karten und legt sie auf das Spielfeld in die dafür vorgesehenen Felder am oberen rechten Rand des Spielfeldes. Die übrigen Zauberzahlkarten werden beiseitegelegt. Die Ziffernkarten werden gemischt und vollständig und gleichmäßig an beide Spielerinnen verteilt. Die Spielerinnen legen anschließend ihre Handkarten offen vor sich ab.

## Spielablauf

Die Jüngere beginnt. Jeder Spielzug besteht aus zwei Phasen.

In der ersten Phase wählt die Spielerin eine ihrer neun Karten aus und legt diese für beide Spielerinnen gut sichtbar neben das Spielfeld. Entsprechend der Zahl auf der Karte darf die Spielerin Stapelchips auf eine

der beiden Reihen entweder dazulegen oder entfernen. Grundsätzlich können die Stapelchips auf beide Reihen gelegt werden. Welche Reihe die Spielerin wählt, ist ihr freigestellt und wird mit jedem Spielzug neu entschieden. Ist die Entscheidung für eine der beiden Reihen gefallen, so dürfen je Spielzug nur auf dieser Reihe Chips gelegt oder entfernt werden.

Die Chips werden linksbündig gelegt und von rechts entfernt. Liegen in einer Reihe bereits Chips, werden weitere Chips lückenlos angelegt.

Da beim ersten Spielzug die Reihen leer sind, können nur Chips hinzugefügt werden. Ist in keiner der beiden Reihen weder ein Hinzufügen noch ein Wegnehmen von Stapelchips möglich, endet der Spielzug ohne Aktion. Verwendete Karten werden auf den Ablagestapel gelegt.

In der zweiten Phase wird die Differenz der nun auf den Reihen befindlichen Chips ermittelt. Die Differenz ist der Unterschied



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Subtraktion als Differenz



zwischen den beiden Reihen bezogen auf die Anzahl der Chips, die auf ihnen liegen. Die Differenz wird laut benannt und mit den beiden Zauberzahlen verglichen. Stimmt die ermittelte Differenz mit einer der beiden Zauberzahlen überein, so darf der Spieler eine beliebige seiner Spielkarten auf den Ablagestapel legen. Damit endet die Phase und die andere Spielerin ist am Zug. Stimmt die Differenz nicht mit einer der beiden Zauberzahlen überein, ist die Phase ebenfalls beendet und die andere Spielerin ist am Zug.

## Spielende

Das Spiel endet, sobald eine der beiden Spielerinnen alle ihre Spielkarten abgelegt hat. Diese Spielerin gewinnt.

## Variante 1

Die grundlegenden Spielregeln bleiben bestehen. Folgende Veränderungen werden vorgenommen: Die Stapelchips werden durch Wendeplättchen ersetzt und die untere Reihe Felder auf dem Spielfeld wird abgedeckt.

Anstelle der Stapelchips werden nun die Wendeplättchen auf das Spielfeld gelegt, um zur Zauberzahl zu gelangen. Die Spielerinnen dürfen in jedem Spielzug neu wählen, ob sie rote oder blaue Plättchen hinzufügen oder wegnehmen. Pro Spielzug darf nur eine Farbe verwendet werden.

Die Spielerinnen dürfen auch bereits auf dem Spielfeld liegende Wendeplättchen umdrehen. Diese müssen allerdings alle die gleiche Farbe haben; Mischen der Farben geht nicht.

Die Zauberzahlen entstehen, indem die Menge aller Wendeplättchen mit der Menge der roten Wendeplättchen oder der blauen Wendeplättchen verglichen wird; Es wird jeweils die Differenz ermittelt.

Das Spiel endet, wenn eine der Spielerin alle vor sich liegenden Karten abgelegt hat. Diese Spielerin gewinnt.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Teil-Teil-Ganzes Konzept

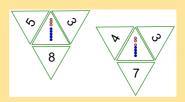


## **Trimon**

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

• 40 Dreieckskarten



## **Spielvorbereitung**

Die Dreieckskarten mit den Punkten werden verdeckt gemischt. Die jüngste Spielerin zieht eine dieser Karten. Diese Karte ist die Startkarte. Anschließend werden alle Karten offen als Vorrat vor die Spielerinnen gelegt.

## **Spielablauf**

Die Spielerinnen legen reihum eine Dreieckskarte an eine bereits liegende Dreieckskarte an. Dabei gelten folgende Regeln:

- An eine Dreieckskarte mit Punkten (Punktkarte) werden drei Dreieckskarten mit Zahlen (Zahlkarten) gelegt.
- An die Zahlkarte kann wiederum eine Punktkarte gelegt werden.

 An diese Punktkarte können wieder zwei Zahlkarte gelegt werden.

An eine Punktkarte werden folgende drei Zahlenkarten gelegt:

- Eine Zahl entspricht der Anzahl der blauen Punkte.
- Eine Zahl entspricht der Anzahl der roten Punkte.
- Eine Zahl entspricht der gesamten Anzahl der Punkte.

Die Abbildung oben zeigt ein Beispiel.

#### Spielende

Wenn die letzte Punktekarte angelegt wurde endet das Spiel. Ziel des Spiels ist es, ein Muster zu erzeugen, bei dem möglichst viele Zahlenkarten übrigbleiben.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Einfache Differenzen

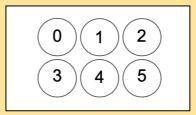


# Gefangene befreien

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- zwei 6er Würfel mit Punkten
- Kunstoffchips (je Spielerin 6 Stück einer Farbe)
- 1 Spielfeld



## **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin erhält sechs Chips einer Farbe. Diese werden im Folgenden Gefangene genannt.

## **Spielablauf**

Alle Spielerinnen verteilen ihre Gefangenen beliebig auf die sechs Kreise des Spielfeldes. Diese Kreise stellen Zellen dar. Es können mehrere Gefangene (Chips) in ein Feld oder sogar alle in ein Feld gelegt werden.

Es wird nun reihum mit beiden Würfeln gewürfelt. Aus der Differenz der beiden Wurfergebnisse wird die Zellnummer ermittelt. Alle Spielerinnen, die in der Zelle mit dieser Nummer einen Gefangenen haben, dürfen diesen Gefangenen befreien. Es darf jeweils nur ein Gefangener befreit werden, nicht alle!.

## **Spielende**

Das Spiel endet, wenn eine Spielerin alle ihre Gefangenen befreit hat. Diese Spielerin hat dann gewonnen.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Gemischte Aufgaben zur Addition und Subtraktion



# **Plusminus Bingo**

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- Papier und Stifte
- ein 10er Würfel
- 2 Plusminus Bingo-Tabellen
- optional ein Spielfeld Zauberzahl

Name	Plusminu 6207 Juleo	s Bingo-Tabelle es tittelement
	A	В
1	_0_=	_0_=[
2	_0[=_	_0[=_
3	□0_=_	
4	□= _○_	<b>=</b> _0_
5	_= 🗆 ㅇ _	_= 🗆 ㅇ _
6	_= _0	_=_0

2	5	9
8	6	4
3	7	1

## **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt eine Plusminus Bingo-Tabelle und stellt sich selbst ein individuelles Bingofeld her (siehe Abbildung oben). Die Zahlen im Bingo-feld werden beliebig eingetragen, so dass jede Spielerin ein anderes Bingofeld hat.

## **Spielablauf**

Abwechselnd wird mit dem 10er Würfel gewürfelt. Die Würfelergebnisse werden in eine Zeile der Plusminus Bingo-Tabelle eingetragen. Der erste Wurf auf den ersten, der zweite Wurf auf den zweiten Strich. Dann wird der Rechenoperator (+ oder - ) in den Kreis eingetragen und die fehlende Zahl im Kästchen ermittelt. Diese Zahl wird auf dem Bingofeld durchgestrichen.

Beispiel:

Der erste Wurf ergibt 3 und wird auf dem ersten Strich eingetragen.

Der zweite Wurf ergibt 5 und wird auf dem zweiten Strich eingetragen.

Jetzt wird der Rechenoperator in den Kreis eingetragen. In diesem Fall ist nur ein Plus möglich. Sind beide Operatoren möglich, hat die Spielerin freie Wahl.

Falls dies nicht möglich ist, da z.B. eine negative Zahl herauskommen würde, werden die beiden Ziffern getauscht.

$$\underline{3} \oplus \underline{5} = \square$$

Jetzt wird die fehlende Zahl im Kästchen ermittelt.

Die Zahl aus dem Kästchen wird nun auf dem Bingofeld durchgestrichen.

Die Tabelle wird von Feld A1 bis A6 und anschließend von B6 bis B1 ausgefüllt. Die Tabelle wird in der Regel nicht vollständig ausgefüllt und kann beim nächsten Spiel fortgeführt werden.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Gemischte Aufgaben zur Addition und Subtraktion



## **Spielende**

Wer als Erste auf dem Bingofeld drei durchgestrichene Zahlen in der Reihe (horizontal, vertikal oder diagonal) hat gewinnt.

## Hilfen für das Ermitteln der Zahl im Kästchen

Die Subtraktionsaufgaben sollten als Differenzen vorgestellt werden. Als Hilfestellung wird empfohlen, die Aufgaben auf dem Spielfeld "Zauberzahl" zu legen.

Beispiel für Feld A2 der Bingo-Tabelle.

Die Spielerin hat erst eine 8 und dann eine 3 gewürfelt.

In den Kreis kann nur ein Minuszeichen eingetragen werden.

$$8 \ominus \square = 3$$

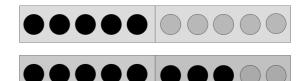
Dies entspricht auf dem Spielfeld Zauberzahl folgender Situation: Die größere Zahl ist die 8, die Differenz ist 3.

Es ist leicht zu sehen, dass die gesuchte Zahl eine 5 sein muss, um die Differenz von 3 zu ergeben.

Hier sehen Sie auf dem Spielfeld "Zauber-

Zauberzahl





zahl, die Darstellung der 8 in der unteren Punktereihe, die Darstellung der 5 in der oberen Punktereihe, damit eine Differenz von drei Punkten erhalten wird.

In das leere Kästchen wird also eine 5 eingetragen.

$$8 \ominus 5 = 3$$

Anschließend wird die 5 auf dem Bingo-Feld durchgestrichen.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Zerlegung der Zahlen bis zehn



## Räum ab!

©2017 Johannes Hinkelammert

#### Material:

- ein Spielfeld
- 24 Wendeplättchen
- einen 10er Würfel

#### Variante:

• zusätzlich 20 Kunststoffchips



## **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld wird in die Mitte gelegt. Der Würfel und die Wendeplättchen werden ebenfalls bereitgelegt. Jede Spielerin wählt für sich eine Farbe der Wendeplättchen: blau oder rot.

## **Spielablauf**

Zu Beginn jedes Zuges wird der 10er Würfel geworfen. Entsprechend des Wurfergebnisses werden Wendeplättchen gelegt.

Für das Legen der Wendeplättchen gelten folgende Regeln:

 Auf zwei Felder, deren Ziffern addiert die gewürfelte Zahl ergeben, darf je ein Wendeplättchen in der gewählten Farbe gelegt werden.

Beispiel: Wird eine 5 gewürfelt, so darf die Spielerin je ein Plättchen auf die Eins und ein Plättchen auf die Vier, oder eins auf die Zwei und eins auf die Drei legen.

 Auf das Feld mit der gewürfelten Zahl (in diesem Beispiel die 5) darf ein Wendeplättchen der gewählten Farbe gelegt werden

Beispiel: Wird eine 5 gewürfelt, so darf die Spielerin ein Plättchen auf die Fünf legen.

Der Spielerin ist freigestellt, welche Möglichkeit gewählt wird. Wird eine 0 gewürfelt, setzt die Spielerin aus.

Kann eine Spielerin nicht legen, darf sie stattdessen ein oder zwei Plättchen der Gegnerin umdrehen. Das Umdrehen geschieht nach denselben Regeln wie das Legen.

Mit dem Legen oder Umdrehen endet der Spielzug einer Spielerin und die andere Spielerin beginnt ihren Zug mit dem Werfen des Würfels.

#### Spielende

Das Spiel endet, wenn alle Felder mit Wendeplättchen belegt sind. Siegerin ist, wer



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Zerlegung der Zahlen bis zehn



die meisten Felder mit Wendeplättchen seiner Farbe gelegt hat.

#### Variante

Zur Spielvorbereitung erhält jede Spielerin zehn Chips als Spielgeld.

Die Spielvariante wird wie oben gespielt, allerdings wird vor jeder Runde (ein komplettes Spiel "Räum ab!") ein Einsatz fällig. Nur wer einen Einsatz macht, darf mitspielen. Zu Spielbeginn wird der Einsatz durch individuelles Würfeln ermittelt. Die gewürfelte Augenzahl muss als Einsatz in Chips in

die Tischmitte gelegt werden. Hat eine Spielerin nicht genug Spielgeld für ihren Einsatz, darf sie durch einen "all in" an der Runde teilnehmen.

Nun wird das Spiel wie gewohnt gespielt. Der Sieger des Spiels erhält den gesamten Einsatz. Das Spiel wird sooft wiederholt, bis eine Spielerin kein Spielgeld mehr hat. Die Spielerin, die im Besitz des gesamten Spielgeldes ist, hat gewonnen.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Zerlegung der Zahlen bis zwanzig

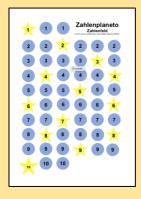


## Zahlenplaneto

©2017 Anna Lia Manzaris, Nina Müller, Bianca Schiller, Nele Kliem, Johannes Hinkelammert

#### **Material:**

- 1 Spielfeld
- 1 Zahlenfeld
- 10 Ereigniskarten
- 3 Spielfiguren
- 4er Würfel
- 60 blaue Chips (transparent)
- 21 rote Chips





Du darfst dir 1 Leben aus dem Vorrat nehmen	Du darfst dir 1 Leben aus dem Vorrat nehmen	Du darfst dir 1 Leben aus dem Vorrat nehmen	Gib 1 Leben an den Vorrat ab	Du darfst von einem anderen Spieler 1 Leben Hauen
Zerlege in drei Zahlen	Zerlege in drei Zahlen	Gib 1 Leben an den Vorrat ab	Du darfst von einem anderen Spieler 1 Leben klauen	Du darfst von einem anderen Spieler 1 Leben klauen
E PF SNA ANNA SILANA SILANA SILANA				

## **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld und das Zahlenfeld werden bereitgelegt. Jede Spielerin erhält zwei rote Chips. Die restlichen roten Chips bilden den Vorrat. Jede Spielerin such sich eine Spielfigur aus und stellt diese auf "Start".

Die Ereigniskarten werden gemischt und auf das vorgesehene Feld auf dem Spielfeld gelegt. Die blauen und roten Chips liegen bereit.

## **Spielablauf**

Jeder Spielzug beginnt mit dem Würfeln des 4er Würfels. Entsprechen dem Wurfergebnis wird die Spielfigur auf dem Spielfeld in Richtung "Ziel" gezogen. Es gibt drei verschiedene Arten von Feldern mit unterschiedlichen Aktionen.

- 1. Felder mit Zahlen
- 2. Blaue Spielfelder (Schwarzes Loch)

 Orangene Spielfelder mit gelben Sternen (Ereignisfeld)

#### Felder mit Zahlen

Landet die Spielfigur einer Spielerin auf einer Zahl, so muss die Spielerin diese in zwei Zahlen zerlegen. Diese beiden Zahlen werden auf dem Zahlenfeld mit jeweils einem blauen Chip gelegt. Dabei muss beachtet werden, dass jede Reihe beginnend von links belegt wird. Liegen in einer Reihe bereits blaue Chips, so wird ohne Lücke an den bereits liegenden Chip angelegt. Es ist also nicht erlaubt, den Chip in die Mitte einer noch leeren Reihe zu legen.

Ist keine passende Zerlegung mehr möglich, da die entsprechenden Felder auf dem Zahlenfeld bereits belegt sind, so kann die Spielerin ihre Zahl nicht mehr zerlegen und muss aussetzten.



## Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Zerlegung der Zahlen bis zwanzig



#### **Schwarzes Loch**

Landet die Spielfigur einer Spielerin auf einem schwarzen Loch, so muss sie einen roten



Chip abgeben. Hat eine Spielerin nur noch einen Chip, so gibt sie diesen ab und "schwimmt". Das heißt sie darf weiterspielen und darauf hoffen einen roten Chip zu erhalten. Schwimmt eine Spielerin bereits und landet mit ihrer Spielfigur auf einem Schwarzen Loch, so hat sie das Spiel verloren.

## **Ereignisfeld**

Landet die Spielfigur einer Spielerin auf einem Ereignisfeld, so



muss die Spielerin zwei Aktionen ausführen:

- Die oberste Ereigniskarte vom Stapel ziehen und den Anweisungen auf der Ereigniskarte folgen. Anschließend wird die Ereigniskarte beiseitegelegt, sie wird nicht mehr benötigt.
- Nachdem sie die Anweisungen auf der Ereigniskarte ausgeführt hat, muss die Spielerin die Zahl auf dem Feld zerlegen und zwei blaue Chips auf das Zahlenfeld legen (siehe Felder mit Zahlen).

#### Regeln für das Erhalten roter Chips

Die roten Chips symbolisieren die Leben der Spielerinnen. Aufgabe der Spielerinnen

ist es, möglichst viele rote Chips zu sammeln. Die Spielerinnen erhalten rote Chips über die folgenden zwei Möglichkeiten:

- Legt eine Spielerin auf dem Zahlenfeld einen blauen Chip auf einen Stern, so erhält sie einen roten Chip. Es ist auch möglich beide blauen Chips auf Sterne zu legen und somit zwei rote Chips zu erhalten.
- Eine Spielerin erhält einen roten Chip, wenn sie eine Ereigniskarte zieht, die es ihr entweder erlaubt einem Mitspieler einen roten Chip zu klauen, oder einen roten Chip aus dem Vorrat zu nehmen.

## Regeln für das Abgeben roter Chips

Das Abgeben roter Chips erfolgt durch zwei Spielhandlungen:

- Landet die Spielfigur einer Spielerin auf einem Schwarzen Loch, so muss diese einen roten Chip abgeben.
- Durch eine Ereigniskarte kann einer Spielerin ein roter Chip geklaut werden. Eine andere Ereigniskarte sieht vor, dass ein roter Chip an den Vorrat abgegeben werden muss.

Wenn eine schwimmende Spielerin aufgefordert wird einen roten Chip abzugeben, hat sie verloren.

## **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen das Ziel erreicht hat. Die Spielerin mit den meisten roten Chips gewinnt.



# Teil 2: Rechnen mit dem Konzept der Menge Zerlegung der Zahlen bis zwanzig



Das Spiel endet auch, wenn alle Spielerinnen außer einer ausgeschieden sind, dann siegt diese Spielerin.

# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur

# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur

		Abstraktionsebenen nach Bruner						
und mathemati-	Enaktiv	Ikonisch	Symbolisch					
scher	(konkret, handelnd)	(bildhaft)						
Inhaltsbereich								
Zwanzig gewinnt	0.00.0							
Einführung in das								
Konzept der Bünde-								
lung								
Zahlenhüpfer	Zahlenhüpfer and transformation							
Rechnen im Zah-								
lenraum bis 100								
mit Aufgaben vom								
Typ ZE+Z und ZE+E								
Triolett			6+2 36+2 66+20					
Übertragungsauf-			6+2 36+2 60+20					
gaben im Zahlen-								
raum bis 100								
Such die Zahl								
und Zahlenklat-								
schen								
Die dekadische								
Struktur des Hun-								
derterfelde ken-								
nenlernen								
Zahlenpuzzle								
Inneres Bild des								
Hunderterfeldes								
erzeugen								



Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur

C	00000 000000000000000000000000000000000	
-		
		Timmen.
		(1) (10) (10) (10) (10) (10) (10) (10) (
		400000000000000000000000000000000000000
		93 05 000
27		
12   12   12		
0 0 0 0 0		
13   13   13		
Spieler 1 Spieler 2		
	## Spieler 1   Spieler 2	Spieler 1 Spieler 2



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Einführung in das Konzept der Bündelung

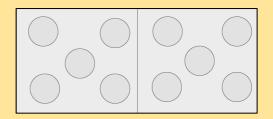


# Zwanzig gewinnt

©2017 Johannes Hinkelammert

### **Material:**

- 2 Spielfelder
- 40 Stapelchips (je 20 einer Farbe)
- 6er Würfel (Ziffern 0-5)



# **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt ein leeres Spielfeld. Die Stapelchips und der 6er Würfel werden bereitgelegt.

# **Spielablauf**

Dieses Spiel knüpft an das Spiel "Zehn gewinnt" an und erweitert es um eine Zehnerstelle. Wie beim Spiel "Zehn gewinnt" werden die dem Würfel entsprechende Anzahl Stapelchips auf das Spielfeld gelegt. Auch in diesem Spiel werden die Stapelchips entsprechend des Würfelmusters gelegt. Dabei wird zuerst die linke und dann die rechte Spielfeldhälfte belegt.

Ist das Spielfeld mit zehn Stapelchips gefüllt, so wird das Legen unterbrochen. Die Stapelchips werden vom Spielfeld entfernt und als Stapel links neben das Spielfeld gelegt. Anschließend kann das Spielfeld weiter belegt werden. Ist das Spielfeld erneut gefüllt, so wird ein weiterer Stapel gebildet und links neben das Spielfeld gestellt.

# **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen 20 oder mehr Stapelchips hat. Diese Spielerin gewinnt.

# Variante 1: Null gewinnt

Bei dieser Spielvariante beginnt das Spiel mit 20 Stapelchips und endet bei 0. Zur Spielvorbereitung werden zwei Zehnerstapel jeweils links neben die jeweiligen leeren Spielfelder gestellt.

Auch bei dieser Variante beginnt jeder Spielzug mit dem Würfeln des 6er Würfels. Die dem Würfel entsprechende Anzahl Stapelchips wird vom Spielfeld entfernt. Die Stapelchips werden so entnommen, dass ein Würfelmuster auf dem Spielfeld zurückbleibt.

Um Stapelchips entfernen zu können, muss gleich beim ersten Spielzug der Stapel mit Stapelchips auf das Spielfeld verteilt werden (Entbündeln), denn es dürfen nur Sta-



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Einführung in das Konzept der Bündelung



pelchips vom Spielfeld – und nicht vom Stapel – entfernt werden. Ein Stapel besteht also ohne Ausnahme immer aus zehn Stapelchips.

Die Spielerin, die das Feld zuerst vollständig abgeräumt hat, gewinnt.

# Hinweis

Das Spiel "Zwanzig gewinnt" kann auch bis 30 oder 40 gespielt werden. Es empfiehlt sich allerdings, Würfel mit größeren Zahlen zu benutzen.



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Rechnen im Zahlenraum bis 100 mit Aufgaben vom Typ ZE+Z und ZE+E



# Zahlenhüpfer

©2017 Johannes Hinkelammert

### **Material:**

- 2 Spielfelder
- 6er Würfel (Ziffern 0-5)
- 10er Würfel

### **Dienesmaterial:**

- 20 Zehnerstangen
- 20 Einerwürfel



Das Spiel wird aus mathematikdidaktischen gründen in zwei Phasen gespielt. Jede Phase stellt eine in sich abgeschlossene Spielvariante dar und kann zeitlich getrennt von der anderen Phase gespielt werden. Letztlich sollten aber beide Phasen gespielt werden.

# **Phase 1: Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt ein leeres Spielfeld. Die jüngere Spielerin teilt zehn Zehnerstangen unter den Spielerinnen auf. Dabei muss jede Spielerin mindestens eine Zehnerstange bekommen. Außerdem ist es nicht erlaubt, dass jede Spielerin fünf Zehnerstangen bekommt. Die Zehnerstangen werden nun auf das linke Feld gelegt. Die Anzahl der Zehnerstangen bleibt während dem Spiel unverändert.

Auf das rechte Feld werden nun jeweils fünf Einerwürfel im Würfelmuster gelegt. Damit hat jeder Spieler seine Startzahl. Sie beträgt 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85 oder 95. Die restlichen Einerwürfel werden bereitgelegt.

Jede Spielerin ermittelt nun mit dem 10er Würfel ihre Zielzahl. Wird eine 5 gewürfelt, ist das Ergebnis ungültig und es wird noch einmal gewürfelt. Die mit dem 10er Würfel gewürfelte Zahl gibt die Einerstelle der Zielzahl an, die Zehnerstelle wurde bereits durch die Verteilung der Zehnerstangen festgelegt. Die Zielzahl wird von jeder Spielerin notiert und der 10er Würfel beiseite gelegt, da er nicht mehr benötigt wird.

Beispiel: Beträgt die Startzahl 25 und es wurde mit dem 10er Würfel eine 3 gewürfelt, so beträgt die Zielzahl 23.

# Phase 1: Spielablauf

Die Jüngere beginnt. Jeder Spielzug beginnt mit dem Würfeln des 6er Würfels.

Die dem Würfel entsprechende Anzahl Einerwürfel wird auf das entsprechende Feld



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Rechnen im Zahlenraum bis 100 mit Aufgaben vom Typ ZE+Z und ZE+E



hinzugelegt oder entfernt. Dabei darf die Anzahl an Einerwürfeln im rechten Spielfeld zwischen null und zehn betragen. Es kommt zu keiner Zehnerüberschreitung. Durch Hinzufügen und Entfernen der Einerwürfel, versuchen die Spielerinnen sich der Zielzahl zu nähern.

Im Anschluss an den Zug nennt jede Spielerin die auf dem Spielfeld befindliche Zahl.

# Phase 1: Spielende

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen ihre Zielzahl erreicht hat. Diese Spielerin gewinnt.

# Phase 2

Zur Spielvorbereitung legen beide Spielerinnen jeweils fünf Zehnerstangen auf das linke Spielfeld. Die Startzahl beider Spielerinnen beträgt 50. Die Einerwürfel werden in dieser Phase nicht verwendet.

Die Zielzahl wird, wie in Phase 1, mit dem 10erWürfel ermittelt. Die mit dem Würfel gewürfelte Ziffer gibt die Zehnerstelle der Zielzahl an. Eine 5 ist ungültig. Die Zielzahl beträgt 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 oder 100.

Während des Spiels wird die mit dem dem 6er Würfel entsprechende Anzahl Zehnerstangen wird auf das entsprechende Feld hinzugefügt oder entfernt, bis die Zielzahl erreicht ist. Im Anschluss an den Zug nennt jede Spielerin die auf dem Spielfeld befindliche Zahl. Wer zuerst die Zielzahl erreicht hat, gewinnt.

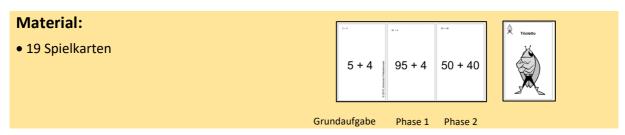


# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: die dekadische Struktur Übertragungsaufgaben im Zahlenraum bis 100



# **Triolett**

©2017 Johannes Hinkelammert



# **Spielvorbereitung**

Die Karten werden offen auf dem Tisch verteilt. Eine Spielerin nimmt eine Grundaufgabe. Dies ist eine Aufgabe im Zahlenraum bis Zehn. Anschließend wir die passende Aufgabe mit den Ziffern der Grundaufgabe an den Einerstellen gesucht (Spiel "Zahlenhüper" Phase 1). Dann wird die zu der Grundaufgabe passende Aufgabe mit den Ziffern der Grundaufgabe an der Zehnerstelle gesucht (Spiel "Zahlenhüper" Phase 2). Diese drei Karten bilden ein Trio (Beispiel siehe Abbildung oben). Nach diesem Muster werden alle Trios gebildet, bis nur noch der Trioletto übrig bleibt.

# Spielablauf

Die Karten werden vollständig an beide Spielerinnen verteilt. Die Spielerinnen dürfen vorhandene Trios vor sich auf dem Tisch auslegen. Anschließend darf die jüngste Spielerin aus der Hand ihrer linken Nachbarin eine Karte ziehen. Wenn die Spielerin mit dieser Karte ein Trio legen kann, legt sie dieses ab. Kann die Spielerin mit der Karte kein Trio bilden behält sie die Karte auf der Hand und die nächste Spielerin ist dran.

# Spielende

Das Spiel endet, sobald alle Trios abgelegt sind und nur noch der Trioletto im Spiel ist. Die Spielerin mit dieser Handkarte verliert.

# Variante: Wünsch dir was

Die Variante wird nach denselben Regeln gespielt. Zusätzlich gilt: Hat eine Spielerin eine Grundaufgabe und eine Karte der ersten Phase auf der Hand, so kann sich diese Spielerin eine Karte wünschen anstatt zu ziehen. Die gewünschte Karte muss also aus Phase 2 des Spiels "Zahlenhüpfer" stammen (siehe Abbildung oben).



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Die dekadische Struktur des Hunderterfeldes kennenlernen



# Such die Zahl

©2017 Johannes Hinkelammert

### **Material:**

- 1 Spielfeld
- zwei 10er Würfel
- 25 Wendeplättchen

_				
		N .:		30 30 30 30 30 D
Г	1.5	[ S [ H	×	
L	Lis.	L S L o	×	
П	Es.	[ N ] (C)	×	
ı	15	N   I   II	20	
П	10	<b>■</b> \ <b>■</b> ::	E 22	
Ш	1111		<b>■</b> ×	
Ш	111	III S	×	
Ш	III 1.	III s. III s.	<b>II</b> ×	Mac Mac Mac Mac M
Ш	1111	III > III ::	III ×	

# **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld und die beiden 10er Würfel werden bereitgelegt. Es wird festgelegt, welcher der Würfel die Einerstelle und welcher die Zehnerstelle darstellen soll. Jede Spielerin wählt eine Spielfarbe (rot oder blau).

# **Spielablauf**

Die jüngere Spielerin beginnt und würfelt mit beiden 10er Würfeln. Anschließend wird die gewürfelte Zahl ermittelt (ein Würfel zeigt die Zehner- und einer die Einerstelle). Die ermittelte Zahl wir nun auf dem Hunderterfeld gesucht und ein Wendeplättchen der eigenen Farbe daraufge-

legt. Dann würfelt die nächste Spielerin, ermittelt die gewürfelte Zahl und platziert auf dieser ihr Wendeplättchen. Legt eine Spielerin ihr Wendeplättchen neben (horizontal, senkrecht und diagonal) oder auf ein Wendeplättchen der Spielgegnerinnen, so kann sie das Plättchen der Gegnerin entfernen und behalten.

Didaktisch wertvoll ist bei diesem Spiel die systematische Suche der gewürfelten Zahl auf dem Spielfeld. Dies sollte mit dem Kind besprochen werden: Wie finde ich meine Zahl?

# Spielende

Wer zuerst 5 Plättchen seiner Spielgegnerinnen vom Feld nehmen konnte, hat gewonnen.



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Die dekadische Struktur der Hunderterfeldes kennenlernen



# Zahlenklatschen

©2017 Johannes Hinkelammert

### **Material:**

- 1 Spielfeld
- zwei 10er Würfel

Г		٠. ا	٠,	::	8	201	er. er.	:::
		15.1	N.	::	×		x.  x.	100
L		15.1	5 I	::	×	×-  -:		100
П		15.1	5 I	::	×	20     1	arulli arul	100
П		11:	% <b>[</b> ]	::	# ×	1 es 1 e	e. 🛮 🕬	100
П		i	\ I	::	- ×	<b>■</b> 227 <b>■</b> 3	ar. 🛮 ar.	100
Ш		III: II	ls II	l::	<b>II</b>   ×	× ·	ar 🔳 as j	
Ш		III is III	ls II	l::	III ×	III × - IIII	er 🔳 es l	
Ш		III ii II	ls II	I ::	×	llio III	a. Has	lles III
	ŀ	HI - H	1 5 1	II ::	×		e.	

# **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld wird in die Tischmitte gelegt. Die Spielerinnen einigen sich, welcher der Würfel die Einerstelle und welcher die Zehnerstelle darstellen soll Eine Spielerin wird ausgewählt, sie ist die Ruferin. Spielen nur zwei Spielerinnen, so sind diese abwechselnd Ruferin und Klatscherin in einer Person.

# **Spielablauf**

Die Ruferin würfelt mit beiden Würfeln, liest die Zahl ab und ruft sie den anderen Spielerinnen zu. Die anderen Spielerinnen (Klatscher) dürfen die Würfel nicht sehen. Die Klatscher müssen nun schnell entscheiden, ob die Zahl auf der oberen oder unteren Hälfte liegt. und die Hand schnell auf diese Hälfte legen (klatschen). Liegen mehrere Hände auf derselben Hälfte, so hat die untere Hand gewonnen und bekommt einen Punkt.

Liegen auf beiden Hälften Hände, so muss gemeinsam entschieden werden, wer falsch lag. Nach jeder Spielrunde wechselt die Ruferin. Die Varianten sind hier als Steigerungsstufen zu verstehen.

# Spielende

Hat eine Spielerin zehn Punkte, endet das Spiel. Diese Spielerin hat gewonnen.

# **Variante 1: rechts-links**

In dieser Variante wird das Spielfeld senkrecht geteilt. Es gilt dann herauszufinden, ob die gesuchte Zahl sich auf der linken oder der rechten Seite befindet.

### Variante 2: oben-unten

In dieser Variante wird das Spielfeld waagerecht geteilt. Es gilt dann herauszufinden, ob die gesuchte Zahl sich auf der oberen oder unteren Seite befindet.

### Variante 3: rechts-links-oben-unten

Zuletzt wird das Spielfeld in vier Teile geteilt und entsprechend gespielt.



# Teil 3: Das Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Inneres Bild des Hunderterfeldes erzeugen



# Zahlenpuzzle

©2017 Johannes Hinkelammert

# Material:

• 100 Spielkarten mit den Darstellungen der 1 bis 100



# **Spielvorbereitung**

Die Spielkarten werden verdeckt auf den Tisch gelegt und gemischt.

# **Spielablauf**

Eine Spielerin beginnt, indem sie eine Spielkarte auswählt, umdreht und auf dem Tisch platziert. Dies ist der Startstein. Reihum und nacheinander nimmt nun jede Spielerin eine Spielkarte, dreht sie um und legt sie ebenfalls auf den Tisch. Entscheidend ist dabei die richtige Position zu finden, denn einmal gelegte Karten dürfen nicht mehr verschoben werden. Trotzdem soll ein geordnetes Hunderterfeld entstehen.

# Spielende

Ziel ist es, das vollständige Hunderterfeld auf dem Tisch zusammenzusetzten.



# Teil 3: Konzept der Bündelung - Die dekadische Struktur Orientierung im Hunderterfeld

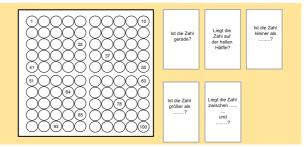


# Nummero

©2017 Johannes Hinkelammert

### **Material:**

- 2 Spielfelder (laminiert)
- 2 Schirmmützen
- 10 Spielkarten
- 1 abwaschbarer Folienschreiber



# **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin erhält ein leeres Spielfeld und einen Kartensatz bestehend aus 5 Karten, die verdeckt auf die Hand genommen werden. Beide Spielerinnen wählen jeweils eine Zahl zwischen 1 und 100 und schreiben diese mit dem abwaschbaren Stift auf den Schirm der Mütze der Mitspielerin. Ziel des Spieles ist es, die Zahl auf der eigenen Mütze zu ermitteln.

# **Spielablauf**

Die jüngere Mitspielerin beginnt mit der Auswahl einer ihrer fünf Karten, die sie gut sichtbar auf den Tisch legt. In die Leerstellen der Fragen fügt sie mündlich Zahlen ein. Die andere Mitspielerin beantwortet die Frage, woraufhin die fragende Spielerin alle Zahlen auf ihrem Spielfeld streicht, die nun nicht mehr in Frage kommen. Die Karte

wird abgelegt und zunächst nicht mehr verwendet. Danach ist die andere Spielerin an der Reihe. Jede Spielerin bildet ihren eigenen Ablagestapel. Sind alle Handkarten abgelegt, ohne dass die Zahl gefunden wurde, werden drei Karten aus dem eigenen Ablagestapel ausgewählt und in die Hand genommen.

# **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine der Spielerinnen alle Zahlen bis auf eine auf ihrem Spielfeld gestrichen hat und diese der Zahl auf ihrer Mütze entspricht. Gewonnen hat, wer zuerst die Zahl auf der eigenen Mütze nennt. Wer eine falsche Zahl nennt, hat verloren.

# **Tipp**

Didaktisch sinnvoll ist es, nach einigen Spielrunden die Spielstrategien zu vergleichen.



# Teil 3: Konzept der Bündelung - Die dekadische Struktur Orientierung im Zahlenraum bis 100



# Rattenwerfen

©2017 Johannes Hinkelammert

### **Material:**

- 2 Spielfelder
- 2 weiße und zwei graue Kuschelratten
- 2 Behälter (für die Ratten)

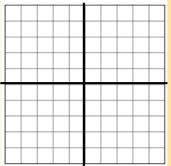
### Dienesmaterial

- 20 Einerwürfel
- 20 Zehnerstangen

# Für die Spielvarianten

- 2 Spielfelder Rattenwerfen 1000
- zwei 4er Würfel
- zwei 6er Würfel
- 10 Hunderterplatten (Dienesmaterial)s





# **Spielvorbereitung**

Beide Kartons werden hintereinander auf den Boden gestellt. Es wird festgelegt, welcher Karton für die Zehnerstangen und welcher für die Einerwürfel stehen soll. Im Abstand von ca. 3 Metern wird der Ort markiert, von dem aus geworfen werden soll. Erwachsene werfen von einem Meter weiter hinten. Dienesmaterial, Stift und Papier sowie Ratten werden bereitgelegt. Jede Spielerin erhält ein leeres Spielfeld.

# Spielablauf

Die jüngere Mitspielerin beginnt und wirft die vier Ratten nacheinander in die Kartons. Für jede Ratte im Karton für die Zehnerstangen erhält sie nun eine Zehnerstange und für jede Ratte im Karton für die Einerwürfel einen Einerwürfel. Die weißen Ratten zählen doppelt. Das Material wird nun auf das Spielfeld gelegt. Anschließend wird am Ende jedes Zuges a) der Wert des letzten Wurfs und b) der aktuelle Spielstand notiert. Danach ist die zweite Mitspielerin an der Reihe.

# **Spielende**

Die Spielerin, die zuerst den Spielstand von 100 erreicht, hat gewonnen und das Spiel ist beendet.

# **Spielvariante 1**

Hier beginnt das Spiel mit einem voll belegten Spielfeld. Entsprechend dem Wurfergebnis wird nun das Material entfernt. Das Spiel endet, wenn eine Spielerin bei Null angekommen ist, bzw. ihr Spielfeld leer ist.



# Teil 3: Konzept der Bündelung - Die dekadische Struktur Orientierung im Zahlenraum bis 100



# **Tipp**

Rattenwerfen und Spielvariante 1 können mit etwas Übung auch ohne Spielfeld oder im Kopf - also ohne Aufschreiben - gespielt werden

# **Spielvariante 2**

Bei dieser Spielvariante werden die Ratten durch Würfel ersetzt. Es wird pro Runde mit allen Würfeln gleichzeitig geworfen.

•

Bei 1 oder 6 gibt es keine Punkte



Bei 3 oder 5 (Punkt in der Mitte) wird ein Einerwürfel auf das Spielfeld gelegt.



Bei 4 oder 2 (kein Punkt in der Mitte) wird eine Zehnerstange auf das Spielfeld gelegt.

Nach dem Legen des Dienesmaterials wird wieder a) der Wert des letzten Wurfs und b) der aktuelle Spielstand notiert.

# **Spielvariante 3**

Diese Variante wird mit 2 Viererwürfeln gespielt. Eine Spielerin würfelt so oft sie möchte. Die Augenzahlen werden addiert. Sie versucht, so nah wie möglich an die 100 heranzukommen. Es kann jederzeit gestoppt werden. Dann ist die zweite Spielerin an der Reihe. Wer näher an die 100 herankommt oder sie sogar erreicht hat gewonnen. Wer über die 100 hinauskommt verliert sofort.

Bei dieser Variante soll im Kopf gerechnet werden. Zuerst die Zehner und dann die Einer zum aktuellen Spielstand hinzu. Pro Wurf kann die Spielerin neu festlegen, welche Würfel für die Einer und welche für die Zehner stehen soll.

Das Spiel kann auch rückwärts, also beginnend mit 100 gespielt werden.

# **Spielvariante 4**

Erweiterung auf den Zahlenraum bis 1000: Bei dieser Spielvariante werden die Einerwürfel durch Hunderterplatten ersetzt. Es wird auf dem Spielfeld für Rattenwerfen 1000 gespielt. Hier wird das Spielfeld geknickt sodass das Hunderterfeld nun senkrecht aufrecht steht (gegen eine beliebige Fläche gelehnt. Ggf. mit Klebeband fixiert).



Die Hunderterplatten werden übereinander auf das weiße Quadrat gestapelt. Die Zehnerstangen kommen oben darauf. Alle anderen Spielregeln bleiben unverändert. Gewonnen hat, wer als erstes die 1000 erreicht. Auch dieses Spiel kann rückwärts, also von 1000 bis 0 gespielt werden.



# Teil 3: Konzept der Bündelung: Die dekadische Struktur Subtraktion als Differenz im Zahlenraum bis 100



# Zahlenschlange

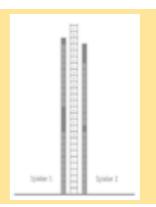
©2017 Johannes Hinkelammert

### Material:

- Maßband
- 20 Spielkarten
- 4 Zauberzahlkarten
- 10 rote Kunststoffchips

### Dienesmaterial

- 20 Einerwürfel
- 20 Zehnerstangen



# **Spielvorbereitung**

Das Maßband wird, beginnend an der Tischkante, in der Mitte des Tisches ausgelegt. Die roten Kunststoffchips liegen bereit.

Nun zieht jede Spielerin eine Zauberzahlkarte und legt diese gut sichtbar vor sich auf den Tisch. Die verbleibenden Zauberzahlkarten werden nicht mehr benötigt.

Die Spielkarten werden gemischt. Jede Spielerin erhält drei Karten. Diese Karten werden auf die Hand genommen. Die restlichen Karten werden als Nachziehstapel verdeckt in die Tischmitte gelegt.

Eine Runde Schere-Stein-Papier entscheidet darüber wer beginnt.

# **Spielablauf**

Die erste Spielerin beginnt und legt eine Spielkarte verdeckt ab. Danach legt die andere Spielerin eine Karte verdeckt ab. Anschließend werden beide Spielkarten gleichzeitig aufgedeckt.

Nun legen beide Spielerinnen, jeweils auf einer Seite, entsprechend ihrer Karten Dienesmaterial an das Maßband. Begonnen wird bei null. Nun werden die beiden gelegten Mengen angeschaut und die Differenz ermittelt. Entspricht die Differenz beider Zahlen einer der beiden Zauberzahlkarten, darf die Spielerin, die begonnen hat, sich einen roten Chip nehmen. Falls nicht bekommt niemand einen Chip. Nun ziehen beide Spielerinnen eine Karte vom Nachziehstapel und die zweite Spielerin beginnt die nächste Runde.

# **Spielende**

Das Spiel endet, sobald eine Spielerin die 100 erreicht oder überschritten hat. Wer die meisten roten Chips gesammelt hat gewinnt.





Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen

Spielname	Abstraktionsebenen nach Bruner						
und mathemati-	Enaktiv	Ikonisch	Symbolisch				
scher	(konkret, handelnd)	(bildhaft)					
Inhaltsbereich							
Der Turm							
Zehnerübergang							
Turmdomino		Г					
Zehnerübergang		1	2 8 9 7 5 7 9 6 3 4 9 7				
Kisten	Kisten 507 demonstrated						
Rechnen im							
Zahlenraum bis							
100 mit Zeh-							
nerübergang	0 00						
500 gewinnt und	500 gewinnt						
BlackJack	Son german						
Stellenwertsys-							
tem mit dreistel-							
ligen Zahlen							
Die größte Zahl							
Stellenwertsys-		Die	größte Zahl				
tem mit bis zu							
zehnstelligen		•	•				
Zahlen und Rech-							
nen mit großen							
Zahlen							



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Zehnerübergang



# **Der Turm**

©2017 Johannes Hinkelammert

### Material:

- 16 Karten mit blauen Zahlen
- 16 Karten mit roten Zahlen
- 1 Holzquader

### Dienesmaterial

• 40 Einerwürfel



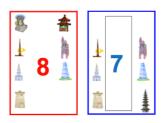
# **Spielvorbereitung**

Blaue und rote Spielkarten werden getrennt voneinander gemischt. Die blauen Karten werden mit dem Bild nach oben als Stapel bereitgelegt. Der Holzquader liegt auf der obersten Karte und verhindert, dass die Zahl sichtbar wird. Die roten Karten werden aufgeteilt. Die Spielerinnen legen sie offen vor sich auf den Tisch. Die 40 Einerwürfel liegen bereit.

# **Spielablauf**

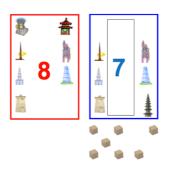
Die jüngere Mitspielerin beginnt mit dem Legen einer roten Karte. Diese Karte muss die folgende Bedingung erfüllen: Einer der abgebildeten Türme auf der Karte muss mit einem der Türme auf der obersten blauen Karte des Stapels identisch sein. Die Spielerin legt die Karte gut sichtbar vor sich hin und zieht dann vorsichtig die oberste blaue Karte vom Stapel, ohne, dass dabei die Zahl auf der darunterliegenden blauen Karte

sichtbar wird. Die gezogene blaue Karte wird rechts neben die rote Karte gelegt.



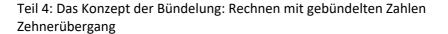
Nun wird die Anzahl der Einerwürfel für den Turmbau ermittelt:

Hierfür nimmt die Spielerin aus dem Vorrat die der Zahl auf der blauen Karte entsprechende Anzahl Einerwürfel und legt diese im Würfelmuster unter die blaue Karte.



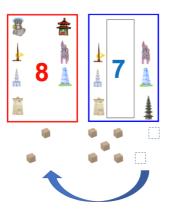
Von diesen Einerwürfeln stehen jedoch nicht alle für den Turmbau zur Verfügung. Zunächst muss die Zahl auf der roten Karte







bis zur zehn aufgefüllt werden (Zehnerergänzung). Die entsprechende Anzahl Einerwürfel wird unter die rote Karte geschoben.



Die verbleibenden Einerwürfel unter der blauen Karte werden nun als Turm gestapelt.

Die Einerwürfel unter der roten Karte werden zurück in den Vorrat gelegt und beide Karten aus dem Spiel genommen.

Falls die Spielerin keine rote Karte besitzt, die einen Turm mit der blauen Karte gemeinsam hat, so setzt sie aus und die oberste blaue Karte wird aus dem Spiel genommen.

Turmbau: Es ist ausschließlich erlaubt, die Einerwürfel übereinander zu stapeln. Die Spielerinnen haben auch das Recht, den Turmbau nicht weiterzuführen. Dieser Baustopp muss jedoch vor Beginn des Spielzuges, also vor dem legen der roten Karte angekündigt werden. Die andere Spielerin kann den Turmbau fortsetzen.

# **Spielende**

Das Spiel endet, wenn beide Spielerinnen einen Baustopp verhängen, dann gewinnt der größere Turm. Das Spiel endet auch, wenn ein Turm umfällt. Dann gewinnt die Spielerin mit dem unbeschadeten Turm.



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Zehnerübergang



# **Turmdomino**

©2017 Johannes Hinkelammert

### Material:

• 18 Dominokarten

# 12 8 + 7 15 7 + 6 13 4 + 7

# **Hinweis**

Dieses Spiel bezieht sich auf das Spiel "Der Turm". Von diesem Spiel sind die Bedeutungen der Karten entlehnt. Das Spiel kann aber auch ohne Kenntnis des Spieles "Der Turm" gespielt werden.

# **Spielvorbereitung**

Die Dominokarten werden gemischt. Jede Spielerin bekommt sechs Karten und legt diese offen vor sich auf den Tisch. Eine Dominokarte wird als Startkarte in die Mitte gelegt, der Rest bildet den Stapel.

# Bedeutung der Farben und Symbole

- Die rote Zahl ist der erste Summand einer Additionsaufgabe und entspricht der Zahl auf der roten Karte im Spiel Der Turm.
- Die blaue Zahl ist der zweite Summand einer Additionsaufgabe und entspricht der Zahl auf der blauen Karte im Spiel Der Turm.
- Die grüne Zahl bildet zusammen mit der grauen Eins eine zweistellige Zahl, die das Ergebnis der Additionsaufgabe einer roten mit einer blauen Zahl ist. Sie entspricht der Anzahl der für den Turmbau verwendbaren Einerwürfel im Spiel Der Turm.

Graues Pluszeichen, graue 1: Wird die mathematische Perspektive eingenommen, so sind diese mathematischen Symbole zu berücksichtigen. Wenn die drei Zahlen auf der Karte mit Bezug auf das Spiel *Der Turm* betrachtet werden, können diese Symbole ignoriert werden.

# **Spielablauf**

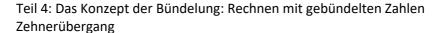
Es wird abwechselnd angelegt. Grundsätzlich gilt hierbei, dass immer eine grüne Zahl an eine blau/rote Zahlenkombination oder eine blau/rote Zahlenkombination an eine grüne Zahl gelegt wird.

Wie wird gelegt?

Werden die rote und die blaue Zahl aus der mathematischen Perspektive betrachtet, so stellen sie zusammen mit dem Pluszeichen eine Additionsaufgabe dar. Die grüne Zahl stellt dann zusammen mit der grauen eins das Ergebnis dar.

Werden die Karten entsprechend des Spiels *Der Turm* betrachtet, so stellen die blaue und die rote Zahl eine Spielsituation







aus dem Spiel dar, nämlich die beiden Karten, die nebeneinanderliegen und angeben, wie viele Einerwürfel zum Turmbau verwendet werden dürfen. Hier wird das Pluszeichen ignoriert.

Um die grüne Zahl zu ermitteln, die angelegt werden kann, muss also die Anzahl Einerwürfel gefunden werden, die man mit dieser Kartenkombination für den Turmbau zur Verfügung hätte. Diese Zahl entspricht dann der grünen Zahl, die angelegt werden darf.

Hat eine Spielerin keine passende Karte, so zieht sie eine Karte vom Stapel. Passt diese Karte, wird sie direkt angelegt, passt sie nicht, so ist die andere Spielerin an der Reihe.

# **Spielende**

Hat eine Spielerin alle vor sich liegenden Karten abgelegt endet das Spiel und diese Spielerin hat gewonnen.



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Rechnen im Zahlenraum bis 100 mit Zehnerübergang



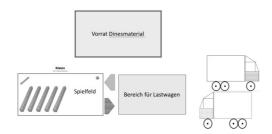
# Kisten

©2017 Johannes Hinkelammert

# Material: • 1 Spielfeld • 2 Lastwagen • 20 Spielkarten • Stift und Papier Dienesmaterial • 15 Zehnerstangen • 20 Einerwürfel • (einige Hunderterplatten für Variante 1)

# **Spielvorbereitung**

Das Spielfeld (Lager) wird bereitgelegt und linksbündig mit fünf Zehnerstangen befüllt. Der Bereich rechts neben dem Spielfeld wird freigehalten und bildet im Verlauf des Spiels den Platz für die Lastwagen. Das Dienesmaterial wird in einem Vorrat bereitgelegt.



Die Spielkarten werden gemischt. Jede Spielerin erhält fünf Karten, die sie verdeckt auf die Hand nimmt. Der Rest bildet den Stapel. Stift und Papier liegen bereit.

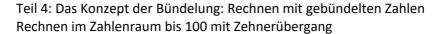
# **Spielablauf**

Zwei Spielerinnen treten gegeneinander an. Eine ist die Lagerverwalterin, die andere ist die Konkurrentin. Die Konkurrentin beliefert das Lager mit Waren oder bestellt Waren mit der Absicht, das Lager entweder ganz voll oder ganz leer zu machen. Aufgabe der Lagerverwalterin ist es, den Wert des Spielfeldes während des gesamten Spiels zwischen 0 und 100 zu halten. Es werden immer zwei Runden gespielt, sodass jede Spielerin einmal jede Rolle einnimmt. Die Konkurrentin beginnt und legt eine ihrer Karten gut sichtbar vor sich auf den Tisch.

# Hinweis:

Es gibt Karten mit roten und Karten mit blauen Zahlen. Die roten Zahlen werden







subtrahiert, die blauen addiert. Entsprechend ist der nach links gerichtete, anliefernde Lastwagen blau und der nach rechts gerichtete, abholende Lastwagen rot.

Entsprechend der Farbe der ausgespielten Karte wählt die Spielerin nun einen der beiden Lastwagen aus. Bei einer roten Zahl füllt sie den Lastwagen entsprechend der Zahl mit Dienesmaterial aus dem Lager und bewegt dieses in den Vorrat. Bei einer blauen Zahl füllt sie den Lastwagen entsprechend der Zahl mit Dienesmaterial aus dem Vorrat und bewegt dieses zum Lager. Achtung: Beim Hinzufügen von Dienesmaterial ins Lager werden zuerst die Zehnerstangen und danach die Einerwürfel hinzugefügt. Ebenso wird beim Entfernen vorgegangen. Hierbei ist es oft notwendig zu bündeln bzw. zu entbündeln (siehe unten).

# Bündeln und Entbündeln

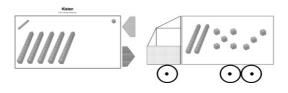
Bündeln: Wird dem Spielfeld Material hinzugefügt, so kann es vorkommen, dass mehr als neun Einerwürfel auf dem Spielfeld liegen. In einem solchen Fall muss gebündelt werden, indem zehn Einerwürfel aus dem Lager in den Vorrat gelegt werden und dafür eine Zehnerstange aus dem Vorrat entnommen wird.

Entbündeln: Wird aus dem Spielfeld Material entfernt, so kann es vorkommen, dass nicht genug Einerwürfel auf dem Spielfeld vorhanden sind. In diesem Fall muss entbündelt werden, indem eine Zehnerstange aus dem Lager in den Vorrat gelegt wird und dafür zehn Einerwürfel aus dem Vorrat entnommen werden.

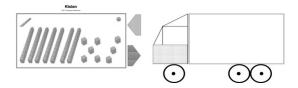
Sobald das Dienesmaterial entsprechend der Spielkarte bewegt wurde, notiert sich die Lagerverwalterin die Veränderung des Wertes als Additions- bzw. Subtraktions-aufgabe.

Z.B.: Karte = blaue 28

1)



2)



Notierte Aufgabe: 50+28=78

Die Konkurrentin füllt nun ihren Kartenbestand auf, indem sie die oberste Karte des Nachziehstapels aufnimmt. Damit endet der Spielzug und es wird aufgeräumt. Der



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Rechnen im Zahlenraum bis 100 mit Zehnerübergang



benutzte Laster wird ggf. in den Vorrat entleert und beiseitegelegt. Die verwendete Spielkarte kommt in die Ablage.

Nun ist die Lagerverwalterin an der Reihe und verfährt wie oben beschrieben.

# Spielende

Das Spiel endet

- sofort, wenn der Wert des Spielfeldes auf 0 reduziert wird oder über 100 hinausgeht (Spielt ein Kind gegen einen Erwachsenen, dann liegen die Werte bei 10 bzw. 90).
- wenn beide Spielerinnen nur noch drei Karten auf der Hand haben.

Im ersten Fall hat die Konkurrentin gewonnen, im zweiten Fall die Lagerverwalterin, da sie alle 'Angriffe' erfolgreich abgewehrt hat.

# Variante 1

Das Spiel kann auch in einem anderen Zahlbereich gespielt werden, z.B. zwischen 200 und 300 oder 300 und 400 usw.

Dazu legt man zu Beginn einfach einige Hunderterplatten in das Lager, die nicht bewegt werden dürfen.

Legt man beispielsweise zu Beginn zusätzlich zu den fünf Zehnerstangen zwei Hunderterplatten in das Lager, so bewegt sich das Spiel zwischen einem Wert von 200 (leer) und 300.

# Variante 2

Für Fortgeschrittene kann das Spiel auch ohne Material gespielt werden. Die Ergebnisse der Spielrunden werden durch Kopfrechnen ermittelt. Dennoch sollte Dienesmaterial für schwierige Aufgaben bereitliegen.



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Stellenwertsystem mit dreistelligen Zahlen



# 500 gewinnt

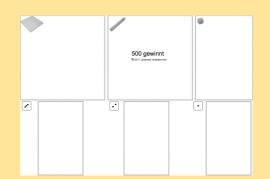
©2017 Johannes Hinkelammert

### Material:

- 2 Spielfelder
- 30 Ziffernkarten
- ein 3er Würfel
- ein 10er Würfel
- jew. Zwei Buchstabenkarten (H, Z, E)
- 20 Kunststoffchips

### **Dienesmaterial:**

- 20 Einerwürfel
- 20 Zehnerstangen
- 10 Hunderterplatten



# **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt ein Spielfeld. Das Dienesmaterial und die 30 Spielkarten werden bereitgelegt. Jede Spielerin bekommt zehn Chips. Mit einem Zehnerwürfel bestimmt jede Spielerin ihren individuellen Einsatz an Kunststoffchips, welchen sie in die Tischmitte legt. Um diesen Einsatz wird in dieser Runde gespielt. Der Zehnerwürfel wird nicht weiter benötigt.

# **Spielablauf**

Ziel des Spieles ist es, die 500 zu erreichen oder so nah wie möglich an sie heranzukommen. Wer am nächsten an der 500 liegt hat gewonnen, wer sie jedoch überschreitet verliert.

Die jüngste Spielerin beginnt, indem sie den 3er Würfel wirft. Der erste Wurf bestimmt, auf welches der drei Felder des Spielfeldes Dienesmaterial gelegt wird. Dann wird nochmals gewürfelt. Der zweite Wurf bestimmt, wieviel Material gelegt (bzw. in weiteren Runden evtl. hinzugefügt) wird.

Gelegt wird wie folgt:

In der oberen Reihe werden links nur Hunderterplatten, in der Mitte nur Zehnerstangen und rechts nur Einerwürfel gelegt.

In der Reihe darunter werden die Ziffernkarten gelegt. Die Ziffernkarte muss die Anzahl an Material angeben, die sich im darüberliegenden Feld befindet. Falls rechts neben einer Ziffernkarte noch leere Felder sind, werden diese mit Nullen aufgefüllt. Die durch die Ziffernkarten gebildete Zahl



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Stellenwertsystem mit dreistelligen Zahlen



ist der Spielstand. Nun ist die andere Spielerin an der Reihe.

Beide Spielerinnen fahren beliebig lange fort. Jede Spielerin kann aber auch jeder Zeit stoppen und das Hinzufügen beenden. Dies muss jedoch spätestens nach dem ersten Wurf mit dem 3er Würfel geschehen. Haben beide Spielerinnen gestoppt, endet die Spielrunde. Die Spielerin mit dem höchsten Spielstand bekommt den Einsatz. Hat eine Spielerin die 500 überschritten, so muss sie der Anderen zwei zusätzliche Chips aus ihrem Vorrat geben.

Die nächste Spielrunde beginnt wieder mit dem Ermitteln des Spieleinsatzes mit dem 10er Würfel. Hat eine Spielerin nicht mehr genügend Chips, so genügt es, wenn sie all ihre Chips als Einsatz für die nächste Runde gibt ("all in").

# **Spielende**

Hat eine Spielerin alle Chips verloren, so hat sie auch das Spiel verloren und die andere Spielerin somit gewonnen.

### Hinweis

Nach und nach wird es nicht mehr nötig sein, das Dienesmaterial zu legen. Es kann nur mit Ziffernkarten und Würfel gespielt werden. Auf das Spielfeld legt man an Stelle des Dienesmaterials dann die Buchstabenkarten (H,Z,E). Letztendlich kann das Spiel auch nur mit Zettel und Stift gespielt werden indem der jeweilige Spielstand schriftlich festgehalten wird.



# Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Stellenwertsystem mit dreistelligen Zahlen



# **Black Jack**

©2017 Johannes Hinkelammert

### Material:

- 2 bis 4 Spielfelder (1 pro Spielerin)
- 30 Spielkarten
- 50 Kunststoffchips
- Buchstabenkarten (H, Z, E) (ein Set pro Spielerin)

# Dienesmaterial (je Spielerin):

- 5 Hunderterplatten
- 10 Zehnerstangen
- 10 Einerwürfel



# **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin bekommt ein Spielfeld und zehn Chips. Eine Spielerin ist die Spielleiterin. Die Spielleiterin erhält die restlichen Chips. Sie mischt die Karten und bildet verdeckt einen Stapel. Nun legen alle Spielerinnen (außer der Spielleiterin) ihren Einsatz, eine beliebige Anzahl Chips, gut sichtbar in die Tischmitte.

# **Spielablauf**

Die Spielleiterin gibt zunächst allen Mitspielerinnen (einschließlich sich selbst) eine Karte, die sie offen vor sich legen. Dann erhalten alle Spielerinnen außer der Spielleiterin eine zweite Karte, die ebenfalls offen hingelegt wird. Nun können die Spielerinnen weitere Karten anfordern, die sie immer offen vor sich legen. Hinweis: Bei der Karte "25 oder 250" ist der Wert für die

Spielerin frei wählbar und wird erst zum Schluss festgelegt.

Die Spielleiterin nimmt zunächst keine weiteren Karten.

Ist eine Spielerin der Meinung nah genug an die 500 gekommen zu sein, so hört sie auf weitere Karten zu verlangen. Überschreitet eine Spielerin den Wert von 500, so hat sie sofort verloren und ihr Einsatz geht an die Bank. Haben alle Spielerinnen aufgehört Karten zu verlangen, so nimmt die Spielleiterin so lange Karten vom Stapel, bis sie 410 erreicht oder überschritten hat. Bei der Karte "25 oder 250" muss sie jedoch die 250 wählen, es sei denn, dies brächte sie über die 500.

# Spielende

Überschreitet die Spielleiterin 500 so haben alle Spielerinnen gewonnen. Ansons-





# Teil 3: Konzept der Bündelung - Die dekadische Struktur Orientierung im Zahlenraum bis 100

ten haben nur diejenigen Spielerinnen gewonnen, die einen höheren Zahlenwert als die Spielleiterin haben. Gewinnen bedeutet, dass der Einsatz von der Bank verdoppelt wird und an die Spielerin zurückgeht.

# Hinweis

Nach und nach wird es nicht mehr nötig sein, das Dienesmaterial zu legen. Es kann nur mit Buchstabenkarten und Würfel gespielt werden. Auf das Spielfeld legt man an Stelle des Dienesmaterials dann die Buchstabenkarten (H,Z,E). Letztendlich kann das Spiel auch nur mit Zettel und Stift gespielt werden, indem der jeweilige Spielstand schriftlich festgehalten wird.



Teil 4: Das Konzept der Bündelung: Rechnen mit gebündelten Zahlen Stellenwertsystem mit bis zu zehnstelligen Zahlen und Rechnen mit großen Zahlen

# Die größte Zahl

©2017 Johannes Hinkelammert

### Material:

- 6 Spielfelder
- 30 Ziffernkarten
- 4 Ziffernkarten mit der Ziffer 0
- 6 Ereigniskarten



# **Spielvorbereitung**

Jede Spielerin erhält ein Spielfeld (bestehend aus drei Teilen) wie oben dargestellt. Die 30 Ziffernkarten werden zusammen mit den Ereigniskarten gemischt und als verdeckter Stapel bereitgelegt. Die Karten mit der Null liegen bereit.

# **Spielablauf**

Die Spielerinnen nehmen abwechselnd eine Karte vom Stapel. Die Ziffernkarte wird auf ein leeres Feld gelegt und entsprechend deren Wertigkeit benannt. Z.B.: "diese eins ist 1000 wert", "diese zwei ist zwei Million wert" usw.

Wird eine Ereigniskarte gezogen, so wird die auf ihr beschriebene Aktion durchgeführt. Hinweis: Die zwei ersten Karten sollten Ziffernkarten sein, da zur Ausführung der Aktionen bereits Ziffernkarten auf dem Spielfeld liegen müssen. Sollte dennoch eine Ereigniskarte gezogen werden, so wird diese untergemischt.

# Spielende

Sobald die erste Spielerin alle Felder mit Ziffernkarten belegt hat, wird nur noch diese Runde zu Ende gespielt, dann endet das Spiel. Hat eine Spielerin noch freie Felder, so werden diese mit Nullen aufgefüllt. Nun liest jede Spielerin ihre Zahl vor. Die Spielerin mit der größten Zahl hat gewonnen.

# 10 Literatur

- Arndt, Dominique; Ehlert, Antje; Fritz, Annemarie; Leutner, Detlev (2013) Arithmetische Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern, in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe. In: *Journal für Mathematikdidaktik*, 34(2), S. 237-263.
- Bernstein, Basil (2012) Vertikaler und horizontaler Diskurs: Ein Essay. In: U. Gellert und M. Sertl (Hrsg.) Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses. (S. 63-87). Weinheim, Beltz-Juventa
- Benz, Christiane (2007) Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs ZE+-ZE im Verlauf es zweiten Schuljahres. In: *Journal für Mathematikdidaktik*, 28(1), S. 49-73.
- Bourdieu, P und J. C. Passeron (1996) Reflexive Anthropologie. Frankfurt am Main.: Suhrkamp
- Bourne, Jill (2012) Vertikaler Diskurs. Die Rolle des Lehrers bei der Übermittlung und Aneignung von dekontextualisierter Sprache. In: U. Gellert und M. Sertl (Hrsg.), Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses. (S. 191-222). Weinheim, Beltz-Juventa
- Eichler, Klaus-Peter; Grassmann, Marianne; Mirwald, Elke; Nitsch, Bianca (2010) Mathematikunterricht. In: Astrid Kaiser und Susanne Miller (Hrsg.), *Kompetent im Unterricht der Grundschule, Band 5.* Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren
- Fingerhut, Ralf; Manske, Christel (1984) *Ich war behindert anhand der Lehrer und Ärzte, Pro- tokoll einer Heilung.* Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag
- Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi (2008) *Rechenschwäche*. München, Basel: Ernst Reinhardt Verlag
- Gerster, Hans-Dieter; Schultz, Rita (2004) Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht, Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg: Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken

- Gellert, Uwe und Straehler-Pohl, Hauke (2012) Klassifikation. Facetten eines für die Unterrichtsforschung zentralen Begriffs In: U. Gellert und M. Sertl (Hrsg.), *Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses.* (S. 89-118). Weinheim: Beltz-Juventa
- Hasan, R (2001) The ontogenesis of decontextualised Language, Some achievements of classification and framing. In: A. Morais, B. Davies und H. Daniels (Hrsg.), *Towards a sociology of pedagogy: The contribution of Basil Bernstein to research* (S. 47-79). New York: Peter Lang

Hasemann, Klaus (2003) Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg Berlin: Spektrum Verlag

- Lerman, Stephen und Zevenbergen, Robyn (2004) The socio-political context of the mathematics classroom. Using Bernstein's theoretical framework to understand classroom communication. In: Paola Valero und Robyn Zevenbergen (Hrsg.), Researching the socio-political Dimensions of mathematical education. Issues of power in theory and methodology. (S. 27-42) Dordrecht: Kluwer acadamic publishers
- Meyerhöfer, Wolfram (2011) Vom Konstrukt der Rechenschwäche zum Konstrukt der nicht bearbeiteten stofflichen Hürden (nbsH). In: *Pädagogische Rundschau*. 65(4), 401-426.
- Wehrmann, Michael (2003) Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik. Berlin: Verlag Dr. Köster

Johannes Hinkelammert ist Vater zweier erwachsener Kinder, spielt gerne und liebt seine Arbeit. Beste Voraussetzungen, um Lernspielautor zu werden. Und weil er auch Lehrer, Lerntherapeut für Dyskalkulie und wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Freien Universität Berlin ist, hat er ein Förderkonzept entwickelt, in dem das Spielen und die Freude am Lernen eine wichtige Rolle spielen. Das spielerische Lernen hat auch viele Studierende begeistert, die im Rahmen des Rechenpate-Projekts rechenschwache Kinder fördern und viel Freude an der Mathematik in die Schulen bringen.

Kinder, denen das Rechnen lernen schwer fällt, leiden in der Schule und später im Beruf. Dieses Leiden ist leicht vermeidbar.

Dazu soll dieses Buch dienen.

38 2 22 38 54 6 12 99 55